Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Липовская средняя школа»
Ольховского муниципального района Волгоградской области

Урок
математики в 6 классе
по УМК Дорофеева Г.В., Шарыгина И.Ф.
Фигуры на плоскости и тела в пространстве

Тема: «Правильные многоугольники»

Разработал учитель математики
Сальникова Любовь Дмитриевна

Тема: Правильные многоугольники.

Цель: Познакомить учащихся с понятием и видами правильных многоугольников и правильных многогранников.

Задачи:

- **образовательная:** научиться строить правильные многоугольники и познакомиться с некоторыми свойствами правильных многогранников;
- **развивающая:** развитие познавательной активности, пространственного воображения, самостоятельной работы;
- **воспитательная:** воспитание интереса к предмету, умение работать в коллективе, культуре общения.

Тип урока: лабораторно – практическая работа.

Оборудование: мультимедиапроектор, компьютер на каждой парте, электронное учебное пособие «Интерактивная математика 5-9» к учебным комплектам 5-6 кл. под редакцией Г.В.Дорофеева, И.Ф.Шарыгина, «Дрофа», 2014 г, модели многоугольников и многогранников, иллюстрации к сообщениям учащихся, развертки многогранников, циркуль, линейка, угольник, ножницы, клей.

План урока:

1.Организационный момент.
Постановка цели урока.

2.Введение нового понятия, изучение нового материала.
а) изучение нового материала с использованием мультимедиапроектора;
б) практическая работа;
в) сообщения учащихся;
г) исследовательская работа;
д) лабораторная работа;
е)творческое задание.

3. Подведение итогов. Выставление оценок.

4.Домашнее задание.

Ход урока:

1. Организационный момент.
Постановка цели урока.

Класс разбит на 5 групп. В каждой группе имеется консультант. Заранее каждая группа готовит сообщение по теме.

2.Введение нового понятия, изучение нового материала.

А) Правильные многоугольники. Определение, свойства, построение.

Б) Выполнение практической работы в группах. Обсуждение этапов построения. От каждой группы выступает по одному представителю с отчетом о работе.

Практическая работа.

Группа 1.

Постройте правильный шестиугольник со стороной 4см.
Сколько осей симметрии имеет данная фигура? Постройте эти оси. Имеет ли эта фигура центр симметрии?

Группа 2.

Постройте правильный треугольник. Чем необходимо воспользоваться для этого?

Сколько осей симметрии имеет данная фигура? Постройте эти оси. Имеет ли эта фигура центр симметрии?

Группа 3.

Постройте правильный двенадцатиугольник. Чем необходимо воспользоваться для этого?
Сколько осей симметрии имеет данная фигура? Постройте эти оси. Имеет ли эта фигура центр симметрии?

Группа 4.

Постройте квадрат. Чем необходимо воспользоваться для этого?
Сколько осей симметрии имеет данная фигура? Постройте эти оси. Имеет ли эта фигура центр симметрии?

Группа 5.

Постройте правильный восьмиугольник. Чем необходимо воспользоваться для этого?
Сколько осей симметрии имеет данная фигура? Постройте эти оси. Имеет ли эта фигура центр симметрии?

В) Правильные многогранники. Определение, свойства. (презентация)

Сообщение

«Правильные многогранники»

Названия этих многогранников пришли из Древней Греции, и в них указывается число граней:
«эдра» - грань
«тетра» - 4
«гекса» - 6
«окта» - 8
«икоса» - 20
«додека» - 12

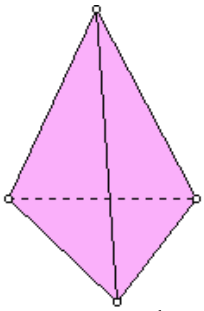


рис.1

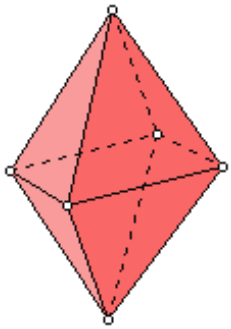


рис.2

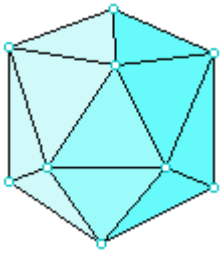


рис.3

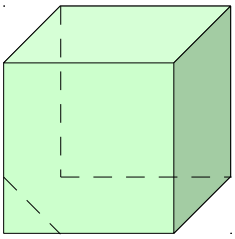


рис.4

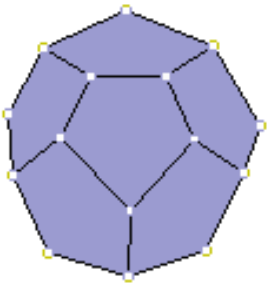


рис.5

Имеется несколько эквивалентных определений правильных многогранников. Одно из них звучит так: **многогранник называется правильным, если существуют три концентрические сферы, одна из которых касается всех граней многогранника, другая касается всех его ребер и третья содержит все его вершины** (**определение А**). Это определение напоминает одно из возможных определений правильного многоугольника: многоугольник называется правильным, если он вписан в некоторую окружность и описан около другой окружности, причем эти окружности концентричны.

Другое определение: **правильным многогранником называется такой выпуклый многогранник, все грани которого являются одинаковыми правильными многоугольниками и все двугранные углы попарно равны** (**определение В**).

Следует обратить внимание на замечательное обстоятельство. Если правильные многоугольники существуют с любым числом сторон $n \geq 3$, то правильных многогранников всего пять и число граней у них равно 4, 6, 8, 12 или 20.

Правильный тетраэдр (рис.1) составлен из четырех равносторонних треугольников. Каждая его вершина является вершиной трех треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 180°.

Правильный октаэдр (рис.2) составлен из восьми равносторонних треугольников. Каждая вершина октаэдра является вершиной четырех треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 240°.

Правильный икосаэдр (рис.3) составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 270°.

Куб (рис.4) составлен из шести квадратов. Каждая вершина куба является вершиной трех квадратов. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равны 270°.

Правильный додекаэдр (рис.5) составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трех правильных пятиугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 324°.

Учитель: Других видов правильных многогранников, кроме перечисленных пяти, нет.

Вам необходимо запомнить названия этих многогранников, уметь охарактеризовать каждый из них. Обращу внимание на слова Л. Кэрролла: «Правильных многогранников вызывающе мало, но этот весьма скромный по численности отряд сумел пробраться в самые глубины различных наук».

О том, как использовали правильные многогранники в своих научных фантазиях учёные, нам расскажут ...

Сообщение

«Правильные многогранники в философской картине мира Платона»

Одно из древнейших упоминаний о правильных многогранниках находится в трактате Платона (427-347 до н. э.) "Тимаус". Поэтому правильные многогранники также называются платоновыми телами (хотя известны они были задолго до Платона).

Платон считал, что мир строится из четырёх «стихий» - огня, земли, воздуха и воды, а атомы этих «стихий» имеют форму четырёх правильных многогранников. Тетраэдр олицетворял огонь, поскольку его вершина устремлена вверх, как у разгоревшегося пламени; икосаэдр - как самый обтекаемый - воду; куб - самая устойчивая из фигур - землю, а октаэдр - воздух. В наше время эту систему можно сравнить с четырьмя состояниями вещества - твёрдым, жидким, газообразным и пламенным. Пятый многогранник - додекаэдр символизировал весь мир и почитался главнейшим.

Это была одна из первых попыток ввести в науку идею систематизации.

Учитель. А теперь от Древней Греции перейдём к Европе XVI - XVII вв., когда жил и творил замечательный немецкий астроном, математик Иоганн Кеплер (1571-1630).

Сообщение «Кубок Кеплера»

Представим себя на месте Кеплера. Перед ним различные таблицы - столбики цифр. Это результаты наблюдений движения планет Солнечной системы - как его собственных, так и великих предшественников

- астрономов. В этом мире вычислительной работы он хочет найти некоторые закономерности. Иоганн Кеплер, для которого правильные многогранники были любимым предметом изучения, предположил, что существует связь между пятью правильными многогранниками и шестью открытыми к тому времени планетами Солнечной системы.

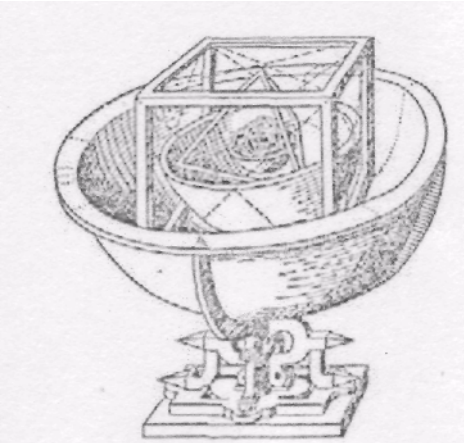


Рис. 6
Модель Солнечной системы И. Кеплера

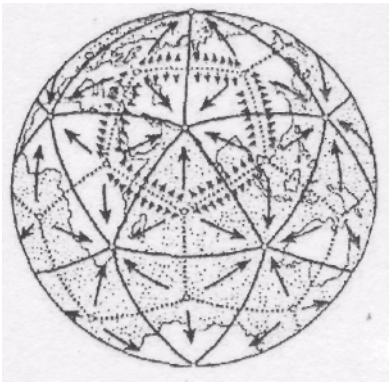
Согласно этому предположению, в сферу орбиты Сатурна можно вписать куб, в который вписывается сфера орбиты Юпитера. В неё, в свою очередь, вписывается тетраэдр, описанный около сферы орбиты Марса. В сферу орбиты Марса вписывается додекаэдр, в который вписывается сфера орбиты Земли. А она описана около икосаэдра, в который вписана сфера орбиты Венеры. Сфера этой планеты описана около октаэдра, в который вписывается сфера Меркурия.

Такая модель Солнечной системы (рис. 6) получила название «Космического кубка» Кеплера. Результаты своих вычислений учёный опубликовал в книге «Тайна мироздания». Он считал, что тайна Вселенной раскрыта.

Год за годом он уточнял свои наблюдения, перепроверял данные коллег, но наконец нашёл в себе силы отказаться от заманчивой гипотезы. Однако её следы просматриваются в третьем законе Кеплера, где говориться о кубах средних расстояний от Солнца.

Учитель. Сегодня можно с уверенностью утверждать, что расстояния между планетами и их число никак не связаны с многогранниками. Конечно, структура Солнечной системы не является случайной, но истинные причины, по которым она устроена так, а не иначе, до сих пор не известны. Идеи Кеплера оказались ошибочными, но без гипотез, иногда самых неожиданных, казалось бы бредовых, не может существовать наука.

Сообщение «Икосаэдре-додекаэдровая структура Земли»



Идеи Платона и Кеплера о связи правильных многогранников с гармоничным устройством мира и в наше время нашли своё продолжение в интересной научной гипотезе, которую в начале 80-х гг. высказали московские инженеры В. Макаров и В. Морозов. Они считают, что ядро Земли имеет форму и свойства растущего кристалла, оказывающего воздействие на развитие всех природных процессов, идущих на планете. Лучи этого кристалла, а

точнее, его силовое поле, обуславливают икосаэдро - додекаэдровую структуру Земли (рис. 7). Она (Рис. 7) проявляется в том, что в земной коре как бы проступают проекции вписанных в земной шар правильных многогранников: икосаэдра и додекаэдра.

Многие залежи полезных ископаемых тянутся вдоль икосаэдро-додекаэдровой сетки; 62 вершины и середины рёбер многогранников, называемых авторами узлами, обладают рядом специфических свойств, позволяющих объяснить некоторые непонятные явления. Здесь располагаются очаги древнейших культур и цивилизаций: Перу, Северная Монголия, Гаити, Обская культура и другие. В этих точках наблюдаются максимумы и минимумы атмосферного давления, гигантские завихрения Мирового океана. В этих узлах находятся озеро Лох-Несс, Бермудский треугольник. Дальнейшие исследования Земли, возможно,

определят отношение к этой научной гипотезе, в которой, как видно, правильные многогранники занимают важное место.

Учитель. А сейчас от научных гипотез перейдём к научным фактам.

Исследовательская работа
«Формула Эйлера»

Изучая любые многогранники, естественнее всего подсчитать, сколько у них граней, сколько рёбер и вершин. Подсчитаем и мы число указанных элементов Платоновых тел и занесём результаты в таблицу № 1.

Анализируя таблицу № 1, возникает вопрос: «Нет ли закономерности в возрастании чисел в каждом столбце?» По-видимому, нет. Например, в столбце «грани» казалось бы просматривается закономерность (4 + 2 = 6, 6 + 2 = 8), но затем намеченная закономерность нарушается (8 + 2 = 12, 12 + 2 = 20). В столбце «вершины» нет даже стабильного возрастания.

Число вершин то возрастает (от 4 до 8, от 6 до 20), а то и убывает (от 8 до 6, от 20 до 12).

В столбце «рёбра» закономерности тоже не видно.

Таблица № 1

Правильный многогранник	Число Граней	Число вершин	Число рёбер
Тетраэдр	4	4	6
Куб	6	8	12
Октаэдр	8	6	12
Додекаэдр	12	20	30
Икосаэдр	20	12	30

Таблица № 2

Правильный многогранник	Число граней и вершин	Число рёбер
Тетраэдр	4 + 4=8	6
Куб	6 + 8 = 14	12
Октаэдр	8 + 6 = 14	12
Додекаэдр	12 + 20 = 32	30
Икосаэдр	20 + 12 = 32	30

Но можно рассмотреть сумму чисел в двух столбцах, хотя бы в столбцах «грани» и «вершины» (Г + В). Составим новую таблицу своих подсчётов (см. табл. № 2). Вот теперь закономерности может не заметить только «слепой». Сформулируем её так: «Сумма числа граней и вершин равна числу рёбер, увеличенному на 2», т.е. **Г + В = Р + 2.**

Итак, мы вместе «открыли» формулу, которая была подмечена уже Декартом в 1640 г., а позднее вновь открыта Эйлером (1752), имя которого с тех пор она носит. Формула Эйлера верна для любых выпуклых многогранников.

Большой интерес к формам правильных многогранников проявляли также скульпторы, архитекторы, художники. Их всех поражало совершенство, гармония многогранников. Леонардо да Винчи (1452 - 1519) увлекался теорией многогранников и часто изображал их на своих полотнах. Сальвадоре Дали на картине «Тайная вечеря» изобразил И. Христа со своими учениками на фоне огромного прозрачного додекаэдра.

А сейчас мы с вами перенесемся в виртуальную лабораторию.

Лабораторная работа

Используя электронное учебное пособие «Интерактивная математика 5-9» к учебным комплектам 5-6 кл. под редакцией Г.В.Дорофеева, И.Ф.Шарыгина, «Дрофа», 2014г, учащиеся выполняют работу в виртуальной лаборатории по теме « Многогранники».

Учащиеся работают в группах, если позволяет техническое оснащение кабинета, то такую работу можно провести в парах.

Задание №1. Вращая куб в разных направлениях, выясните:

а) сколько ребер куба могут одновременно быть видимыми?

б) сколько вершин куба могут одновременно быть видимыми?

в) сколько граней куба могут одновременно быть видимыми?

Задание №2. Вращая тетраэдр в разных направлениях, выясните:

а) сколько ребер тетраэдра могут одновременно быть видимыми?

б) сколько вершин тетраэдра могут одновременно быть видимыми?

в) сколько граней тетраэдра могут одновременно быть видимыми?

Задание №3. Вращая в разных направлениях четырехугольную пирамиду, основание которой – квадрат, выясните:

а) сколько ребер четырехугольной пирамиды могут одновременно быть видимыми?

б) сколько вершин четырехугольной пирамиды могут одновременно быть видимыми?

в) сколько граней четырехугольной пирамиды могут одновременно быть видимыми?

Задание №4. Вращая в разных направлениях треугольную призму, выясните:

а) сколько ребер треугольной призмы могут одновременно быть видимыми?

б) сколько вершин треугольной призмы могут одновременно быть видимыми?

в) сколько граней треугольной призмы могут одновременно быть видимыми?

Задание №5. Вращая соответствующий многогранник в разных направлениях и передвигая плоскость сечения , выясните:

а) Какие многоугольники могут получиться в сечении куба?

б) Какие многоугольники могут получиться в сечении тетраэдра?

в) Какие многоугольники могут получиться в сечении четырехугольной призмы?

г) Какие многоугольники могут получиться в сечении треугольной призмы?

(Учащиеся, выполнив задания, отправляют их на компьютер учителю для проверки. ,)

Учитель: Учёным достаточно хорошо изучены правильные выпуклые многогранники, доказано, что существует всего пять видов таких многогранников, но сам ли человек их придумал. Скорее всего - нет, он «подсмотрел» их у природы. Послушаем сообщение ... «Правильные многогранники и природа».

Сообщение «Правильные многогранники и природа»

Правильные многогранники встречаются в живой природе. Например, скелет одноклеточного организма феодарии *(Circj gjnia icosahtdra)* по форме напоминает икосаэдр (рис.8).

Чем же вызвана такая природная геометризация феодарий? По-видимому, тем, что из всех многогранников с тем же числом граней именно икосаэдр имеет наибольший объём при наименьшей площади поверхности. Это свойство помогает морскому организму преодолевать давление водной толщи.

Правильные многогранники - самые выгодные фигуры. И природа этим широко пользуется. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов. Взять хотя бы поваренную соль, без которой мы не можем обойтись. Известно, что она растворима в воде, служит проводником электрического тока. А кристаллы поваренной соли имеют форму куба. При производстве алюминия пользуются алюминиево-калиевыми кварцами, монокристалл которых имеет форму правильного октаэдра. Получение серной кислоты, железа, особых сортов цемента не обходится без сернистого колчедана. Кристаллы этого химического вещества имеют форму додекаэдра. В разных химических реакциях применяется сурьменистый сернокислый натрий - вещество, синтезированное учёными. Кристалл сурьменистого сернокислого натрия имеет форму тетраэдра.

Рис.8

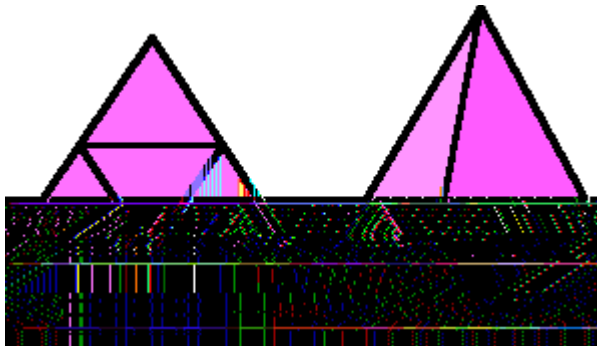
Последний правильный многогранник - икосаэдр передаёт форму кристаллов бора. В своё время бор использовался для создания полупроводников первого поколения.

Учитель: Итак, благодаря правильным многогранникам открываются не только удивительные свойства геометрических фигур, но и пути познания природной гармонии. А мы попытаемся создать эти удивительные фигуры своими руками.

Творческое задание. (Выполняется в группах)

Группа 1.

На рисунке 9 изображена развертка правильного тетраэдра. Вырежьте развертку и склейте из неё тетраэдр.



Группа 2.

На рисунке 10 изображена развертка куба. Вырежьте развертку и склейте из неё куб.

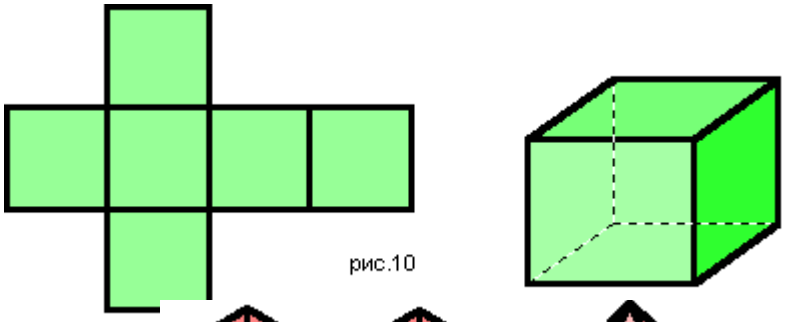


рис.10

Группа 3.

На рисунке 11 изображена развертка правильного октаэдра. Вырежьте развертку и склейте из неё октаэдр.

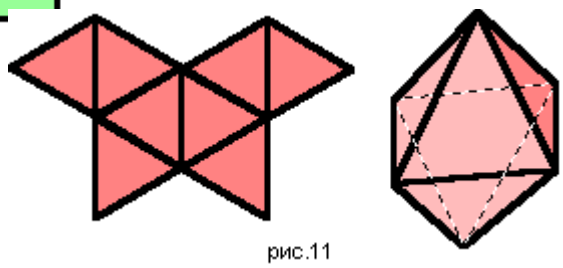


рис.11

Группа 4.

На рисунке 12 изображена развертка правильного додекаэдра. Вырежьте развертку и склейте из неё додекаэдр.

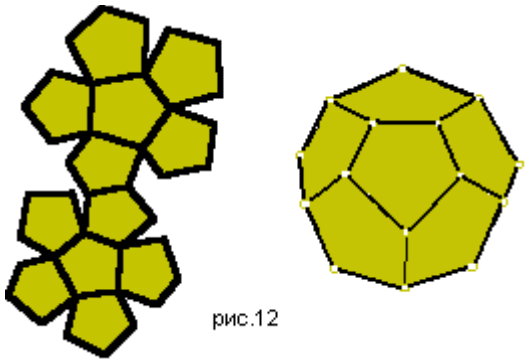


рис.12

Группа 5.

На рисунке 13 изображена развертка правильного икосаэдра. Вырежьте развертку и склейте из неё икосаэдр.

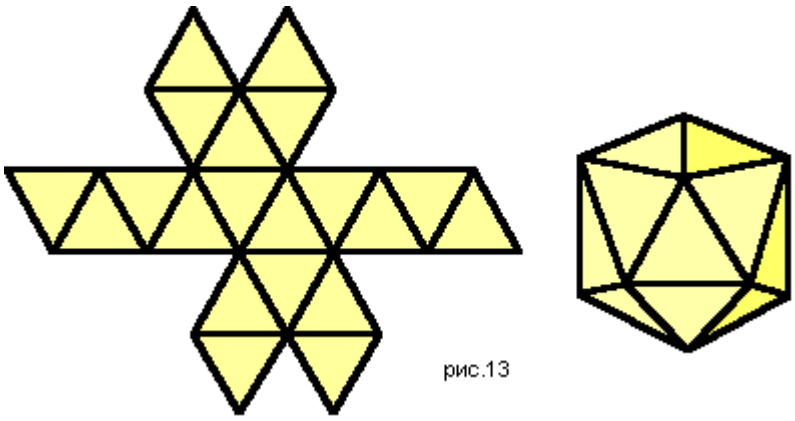


рис.13

* При склеивании развертки сделайте необходимые припуски для склеивания.

3.Подведение итогов урока. Оценка ответов учащихся.

Ученикам, активно работающим на уроке, выставляются оценки коллективом группы, к которой они относятся, за сообщения по теме, за творческое задание. Учитель оценивает лабораторную работу, исследовательскую работу и практическую работу .

4.Домашнее задание: № 1204, №1205

2) Из бумаги сделать модели правильных многогранников.