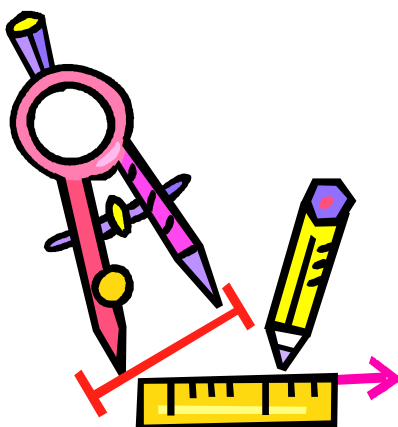


Математический кру- жок

6 класс

Да, путь познания не гладок.
Но знаем мы со школьных лет:
Загадок больше, чем разгадок,
И поискам предела нет!

Л. Татьяничева



Составитель Кокаева С. А., учитель МБОУ СОШ № 38(многопрофильная) им.В.М.Дегоева.

«Что значит владение математикой? Это есть умение решать задачи, притом не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности.».

Д. Пойа «Как решать задачи».

Данное пособие предназначено для проведения внеклассной работы с учащимися 6-х классов, проявляющих интерес к математике, и состоит из разработок кружковых занятий. Каждое из 23 занятий рассчитано на 40-50 минут. На занятиях приводятся задачи, доступные для учащихся.

Кружковая работа дает учащимся свободу говорить не о том, что надо (как на уроке), а о том, что интересно. Через занимательность проникает в сознание ученика сначала ощущение прекрасного, а затем, при последующем систематическом изучении математики, и понимание красоты и методов.

Главная же цель – развитие математического стиля мышления, развитие навыков к «открытию» диктует следующие задачи:

- формирование умения решать нестандартные задачи, расширение знаний учащихся;
- воспитание творческой активности, инициативы учащихся;
- развитие навыков самостоятельной работы, настойчивости в достижении цели;
- привитие интереса к математике.

Работа учащихся по нахождению оригинальных и красивых нестандартных решений задач развивает их творческие способности, формирует интерес к предмету, расширяет их кругозор.

Задания занятия №1 были предложены учащимся, работающим по системе развивающегося обучения Д.Б.Эльконина-В.В.Давыдова.

План работы кружка

Месяц	Неделя	Тема занятия	Другие формы внеклассной работы
Октябрь	I	Недесятичные системы счисления	Энциклопедия Кирилла и Мефодия
	II	Задачи, решаемые с конца	
	III	Задачи на взвешивание	Домашняя олимпиада №1
Ноябрь	II	Задачи на взвешивание	Домашняя олимпиада №2
	III	Задачи на переливание	Доклад «История календаря»
	IV	Задачи на переливание	Домашняя олимпиада №3
Декабрь	I	Задачи со спичками	Домашняя олимпиада №4
	II	Математические ребусы	Домашняя олимпиада №5
	III	Разбор задач «Домашней олимпиады» (1, 2, 3, 4, 5 – задания)	Домашняя олимпиада №6
Январь	III	Геометрические задания на разрезание	Стенгазета
	IV	Принцип Дирихле	Домашняя олимпиада №7
Февраль	I	Логические (сюжетные) задачи	Домашняя олимпиада №8
	II	Логические (сюжетные) задачи	
	III	Задачи на движение	
	IV	Простейшие графы	
Март	I	Круги Эйлера	Доклад о Л. Эйлере
	II	Задачи с числами	Доклад о К. Гауссе
	III	Задачи на «смеси и сплавы»	
Апрель	II	Математические софизмы и парадоксы	
	III	Повторение	Олимпиада
	IV	Математические игры «Как играть, чтобы не проиграть?»	
Май	II	Комбинированные задачи с квадратом. Магические квадраты	
	III	Итоговое занятие. Подведение итогов «Домашней олимпиады»	Викторина

Занятие 1

Недесятичные системы счисления

I. Работа с энциклопедией Кирилла и Мефодия. Рассказ об истории различных систем счисления.

II. Задание по теме.

1. Ей было тысяча сто лет,
Она в сто первый класс ходила,
В портфеле по сто книг носила –
Все это правда, а не бред.
Когда пыля десятком ног,
Она шагала по дороге,
За ней всегда бежал щенок
С одним хвостом, зато стоногий.

Она ловила каждый звук
Своими десятью ушами,
И десять загорелых рук
Портфель и поводок держали.
И десять темно-синих глаз
Рассматривали мир привычно...
Но станет все совсем обычным,
Когда поймете наш рассказ.

(А. Стариков. Необыкновенная девочка)

III. Домашнее задание.

2. Один мальчик так написал о себе: «У меня 24 пальца, на каждой руке по 5, а на ногах 12». Как это может быть?
3. В бумагах одного чудака-математика была найдена его автобиография. Она начиналась следующими удивительными словами: «Я окончил курс университета 44 лет от роду. Спустя год, 100-летним молодым человеком, я женился на 34-летней девушке. Незначительная разница в возрасте — всего 11 лет — способствовала тому, что мы жили общими интересами и мечтами. Спустя немного лет у меня была уже и маленькая семья из 10 детей. Жалования я получал в месяц всего 200 рублей, из которых $\frac{1}{10}$ приходилось отдавать сестре, так что мы

- с детьми жили на 130 рублей в месяц» и т. д. Чем объяснить странные противоречия в числах этого отрывка?
4. В классе $111100_2\%$ девочек и 1100_2 мальчиков. Сколько учеников в классе?

Ответы и решения

1. Система двоичная. Девочке 12 лет. Она ходит в 5 класс.
2. Так как $5+5=12$, то речь идет о восьмеричной системе счисления.
3. Так как $44+1=100$, то, значит, цифра 4 – наибольшая в этой системе «как 9 – в десятичной», а, следовательно, основание системы равно 5.
4. Числа записаны в двоичной системе счисления. В классе 60% девочек и 12 мальчиков. Всего в классе 30 учеников.

Занятие №2.

Задачи, решаемые с конца

I. Повторение. Устно.

1. На одной чашке весов лежит кусок мыла, на другой $\frac{2}{3}$ такого же куска и еще $\frac{2}{3}$ кг. Весы в равновесии. Сколько весит весь кусок?
2. Двое крестьян разделили между собой 7 рублей, причем один получил на три рубля больше другого. Сколько денег досталось каждому из них?
3. ребята пилят бревна на метровые куски. Отпиливание одного такого куска занимает одну минуту. За сколько минут они распилят бревно длиной 10 метров?

II. Задания по теме.

4. Однажды чёрт предложил бездельнику заработать. «Как только ты перейдешь через мост, твои деньги удвоятся. Можешь переходить по мосту сколько хочешь раз, но после каждого перехода отдавай мне 24 копейки». Бездельник согласился... и после третьего перехода остался без гроша. Сколько денег было у него сначала?
5. Группа туристов отправилась в поход. В первый день они прошли $\frac{1}{3}$ пути, во второй – $\frac{1}{3}$ остатка, в третий – $\frac{1}{3}$ нового остатка. В результате осталось пройти 32 км. Сколько километров должны пройти туристы?
6. В пакете лежали яблоки. Сначала из него взяли половину всех яблок без пяти, а затем $\frac{1}{3}$ оставшихся яблок. После этого в пакете осталось 10 яблок. Сколько яблок было в пакете?
7. Пояснительная задача. У мамы было 5 яиц. Для приготовления завтрака она израсходовала 3 яйца. Как выразить это, используя слово «половина»? На сколько больше мама израсходовала, чем осталось?

Решение: мама израсходовала половину яиц и еще пол-яйца. На одно.

III. Домашнее задание.

8. Колхозница продавала на рынке яйца. Первая покупательница купила у нее половину яиц и еще пол-яйца, вторая – половину остатка и еще пол-яйца, а третья – последние 10 яиц. Сколько яиц принесла колхозница на рынок?

9. Играя в рулетку, Виктор удвоил количество своих денег, потом потерял 10 рублей, затем он утроил количество своих денег и потерял 12 рублей. После этого у него осталось 60 рублей. С какой суммой он начинал игру?

10. Решите ребус:

ОДИН
+ ОДИН

МНОГО

Ответы и решения.

1. 2 кг.
2. 2 рубля и 5 рублей.
3. 9 минут.
4. 21 копейка
5. 32 км. составляют $\frac{2}{3}$ последнего остатка, тогда сам последний остаток равен $32 : \frac{2}{3} = 48$ (км), но эти 48 км.- $\frac{2}{3}$ пути, оставшегося пройти после первого дня. Тогда весь путь, который осталось пройти, будет равен $48 : \frac{2}{3} = 72$ (км). Эти 72 км. Составляют $\frac{2}{3}$ всего пути, значит, $72 : \frac{2}{3} = 108$ (км) – весь путь.
6. 20 яблок.
8. Так как число яиц может быть только целым, то, очевидно, что общее число яиц нечетно и первая покупательница купила на одно яйцо больше того, что осталось; вторая – на одно яйцо больше, чем третья. Значит, вторая купила 11 яиц, первая на одно яйцо больше, чем вторая и третья вместе, то есть 22 яйца. Всего было продано 43 яйца ($10 + 11 + 22 = 43$).
9. 17 рублей.
10. $6823 + 6823 = 13646$.

Занятие № 3

Задачи на взвешивания.

I. Повторение.

1. Могут ли три человека, имея двухместный мотоцикл, преодолеть расстояние в 60 км за три часа, если скорость мотоцикла 50 км/ч, а пешехода – 5 км/ч.
2. Устно. Президент решил уволить своего премьер-министра, но не хотел его обижать, да и повода не было. Наконец он придумал вот что. Когда премьер-министр пришел к президенту, тот сказал ему: «Я положил в портфель два листа бумаги. На одном «Останьтесь», на другом – «Уходите». Листок, который Вы, не глядя, вынете, решите Вашу судьбу». Хитрый премьер-министр догадался, что на обоих листах написано «Уходите». Как ему избежать отставки?

II. Задания по теме.

3. Из трех, одинаковых по виду, колец одно несколько легче других. Как найти его одним взвешиванием на чашечных весах без гирь?
4. Из восьми монет, не отличающихся по внешнему виду, одна фальшивая (легче других). Как с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь, выделить фальшивую монету? Решить задачу, если монет 9.
5. Имеется 25 монет одного достоинства, но среди них одна фальшивая (легче других). Какое минимальное число взвешиваний поможет найти фальшивую монету, если весы чашечные без гирь?
6. Имеются 4 одинаковые по виду монеты. Среди них 3 монеты настоящие, а одна – фальшивая, но неизвестно, какая именно, и неизвестно, легче она остальных или тяжелее. Как с помощью двух взвешиваний на весах с двумя чашками без гирь найти фальшивую?

III. Домашнее задание.

7. В 4 мешках все монеты настоящие (весят по 10 г), а в одном фальшивые (весят по 11 г). Одним взвешиванием на точных весах со стрелкой определите в каком мешке фальшивые монеты.
8. Имеется 9 кг крупы и гири по 50г и 200г. Каким образом в 3 приема на чашечных весах отвесить 2 кг крупы?
9. В гостинице остановился купец. У него для расплаты за проживание была лишь одна серебряная цепочка, состоящая из 7 звеньев. За каждый день пребывания в гостинице он расплачивался одним звеном цепочки. Какое звено цепочки надо распилить, чтобы прожить в гостинице 7 дней и ежедневно расплачиваться с хозяином? (Хозяин мог давать сдачу звеньями, полученными ранее.)

Ответы и решения.

2. Премьер-министр достал один листок и уничтожил его. Затем достал второй листок и сказал: «Раз на этом листке написано «УХОДИТЕ», значит, на первом была надпись: «ОСТАНЬТЕСЬ»».
3. Взвесим любые два кольца. Если они равны по весу, то фальшивое кольцо – третье. Если нет – то более легкая монета поднимется вверх.
4. а). Разобьем монеты на группы по 3;3 и 2. Взвесим первую группу по 3 монеты. Если они равны по весу, то выберем те три монеты, суммарный вес которых меньше и поступим с ними как в задаче №3.
б). Если монет 9, то разобьем их на группы по 3 монеты в каждой и воспользуемся решением, а).
5. За три взвешивания.
6. Взвесим по одной монете.
1 случай. Весы в равновесии, фальшивая – среди оставшихся монет. Заменяем одну из монет на ту, которую не взвешивали. Если весы останутся в равновесии, то фальшивая монета – оставшаяся. Если не в равновесии – то та, которую положили на весы.
2 случай. Весы не в равновесии – фальшивая монета не на весах. Заменяем одну из монет на весах на настоящую. Весы уравнились – фальшивая монета та, которую заменили; не уравнились – та, которая осталась на весах после первого взвешивания.
7. $9:2=4,5$ (кг)
 $4,5:2=2,25$ (кг)
Затем кладем на одну из чашек гири в 50 граммов и 200 граммов и для равновесия убираем лишнюю крупу, останется 2 кг крупы.
8. Распилить третье звено.

Занятие № 4

Задачи на взвешивание

I. Задания по теме.

1. Из 27 монет одна фальшивая (тяжелее других). Как с помощью трех взвешиваний на весах с чашечками без гирь определить фальшивую монету?
2. Из 4 внешне одинаковых монет две весят по 10г, а две другие – по 9г. Имеются чашечные весы со стрелкой, показывающей разность масс грузов, положенных на чашечки. Как за одно взвешивание найти хотя бы одну десятиграммовую монету?
3. Как на чашечных весах уравновесить кусок олова массой в 47г с помощью набора из пяти гирь: 1г, 3г, 9г, 27г, 81г. Разрешается класть гири на обе чашки весов.
4. В пакете 3кг 600г крупы. Как разделить с помощью двух чашечных весов и гири 200г эту крупу на 2 пакета, содержащие 800г, и пакет, содержащий 2кг, сделав лишь 3 взвешивания?

II. Разбор задач домашней работы.

III. Домашнее задание.

5. Имеется 8 кг фасоли и чашечные весы без гирь. Как с их помощью отвесить 3 кг фасоли?
6. Из 75 одинаковых по виду колец одно кольцо по весу отличается от других. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах определить, легче или тяжелее это кольцо, чем остальное?
7. Имеется 100 монет одинакового достоинства. Вес подлинной монеты равен 1г. Фальшивая монета весит 0,9г. 100 монет разбили на 10 равных групп, причем в одной из групп все монеты фальшивые, а все остальные 90 монет – подлинные. Имеются весы с гирями. Сколько взвешиваний достаточно сделать, чтобы определить группу, в которой находятся фальшивые монеты?

Ответы и решения.

1. Разбить монеты на 3 группы по 9 монет в каждой.
2. Положим на левую чашку весов 2 монеты, а на правую – одну. Возможны 4 случая

СЛЕВА	СПРАВА	ОСТАВШАЯСЯ МОНЕТА	ПОКАЗАНИЯ СТРЕЛКИ
<u>10+10</u>	9	9	11
10+9	9	<u>10</u>	10
10+9	<u>10</u>	9	9
9+9	<u>10</u>	<u>10</u>	8

3. $47+1+9+27=84$ (г), справа $81+3=84$ (г)
4. $3 \text{ кг } 600 \text{ г} : 2 = 1 \text{ кг } 800 \text{ г}$
 $1 \text{ кг } 800 \text{ г} + 200 \text{ г} = 2 \text{ кг}$
 $1 \text{ кг } 600 \text{ г} : 2 = 800 \text{ г}$
5. $8:2=4$ (кг)
 $4:2=2$ (кг)
 $2:2=1$ (кг), $2+1=3$ (кг).
6. Разбить монеты на 3 группы по 25 монет в каждой. Одним взвешиванием определяем группу с фальшивой монетой, а затем сравниваем эту группу с группой из 25 подлинных монет.
7. Одно взвешивание. Взять из первой группы одну монету, из второй – 2 и так далее.

Занятие № 5

Задачи на переливание

I. Повторение.

1. Устно. Кузнечик прыгал по прямой и вернулся в исходную точку. докажите, что он сделал четное число прыжков (длина прыжка 1 м).
2. Расшифруйте ребус:

$$\begin{array}{r}
 \text{— МУХА} \mid \text{ХА} \\
 \text{ХА} \mid \text{УХА} \\
 \hline
 \text{КХ} \\
 \text{— АР} \\
 \hline
 \text{УХА} \\
 \text{— УХА} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

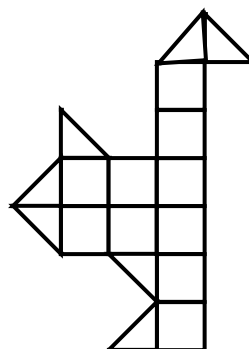
II. Задания по теме.

3. Используя два ведра вместимостью 5л и 4л, наберите из водопроводного крана 3 л воды.
4. Как разделить 8л молока поровну, если молоко находится в 8 литровом ведре, а имеется 2 пустых бидона: 3-х литровый и 5-и литровый?
5. Бидон емкостью 10л наполнен молоком. Требуется перелить из данного бидона 5л молока в 7-и литровый бидон, используя еще один бидон, вмещающий 3 литра. Как это сделать?

III. Разбор задач домашнего задания.

IV. Домашнее задание.

6. Было 9 листов бумаги. Некоторые из них разрезали на 3 части. получилось 15 кусочков. Сколько листов бумаги разрезали?
7. Имеются двое песочных часов: на 7 минут и на 11 минут. Каша должна вариться 15 минут. Как сварить ее перевернув часы минимальное число раз?
8. Разрежьте фигуру на 2 равные части:



Ответы и решения.

2. $3125:25=125$

3.

5 л	0	4	4	5
4 л	4	0	4	3

4.

8 л	8	6	6	4	4
2 л	0	2	0	2	0
5 л	0	0	2	2	4

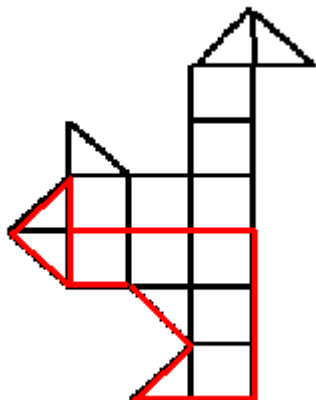
5.

10 л	10	7	4	1	1	8	8	5	5
3 л	0	3	0	3	2	2	0	3	0
7 л	0	0	6	6	7	0	2	2	5

6. 3 листа.

7. Одновременно перевернуть часы на 7 минут и на 11 минут. Через 7 минут начинаем варить кашу. После 4 минут песок в часах на 11 минут закончится, вновь перевернуть часы на 11 минут.

8.



Занятие № 6

Задачи на переливание

I. Обзор домашнего задания.

II. Повторение

1. Бабушке нужно поджарить 6 котлет. На одной сковородке помещается 4 котлеты. Каждую котлету нужно жарить 5 минут на одной стороне и 5 минут на другой стороне. Как поджарить все котлеты за 15 минут?
2. Наблюдая за амёбами, биолог выяснил, что каждая из них делится на две один раз в минуту, и, если в пустую пробирку положить одну амёбу, то ровно через час пробирка заполнится амёбами. Через какое время заполнится пробирка, если в нее положить 2 амёбы?

III. Задания по теме.

3. В бидоне 14 л молока. Пользуясь банками 5 л и 9 л отлить из бидона 3 л.
4. В бочке не менее 10 л бензина. Как отлить из нее 6 л с помощью 9-и литрового ведра и 5-и литрового бидона.

IV. Самостоятельная работа.

5. Используя 9-и литровое ведро и 4-х литровый бидон, набрать из пруда 7 л воды.
6. Используя 2 ведра 9-и и 11-и литров, набрать из пруда 4 л воды.

V. Домашнее задание.

7. Три сосуда заполнены (не доверху) водой. В одном сосуде 11 л, в другом – 7 л, в третьем – 6 л. В каждый сосуд можно налить из другого столько воды, сколько в нем было налито. Как разделить воду во всех трех сосудах поровну?
8. Восстановите цифры, замененные звездочками:

$$\begin{array}{r} 3 9 * \\ 3 * \\ \hline + * * 8 * \\ 1 1 9 1 \\ \hline 1 * * 9 8 \end{array}$$

9. Если между двумя цифрами двузначного числа вписать нуль, то полученное трехзначное число будет в 9 раз больше первоначального. Найдите данное двузначное число.

Ответы и решения

2. 59 минут.

3.

14 л	14	9	9	4	4	13	8	3
5 л	0	5	0	5	1	1	5	5
9 л	0	0	5	5	9	0	1	6

4.

>10 л	1	1	6
9 л	9	4	4
5 л	0	5	0

7.

I с	11 л	5	5	0	11	8	8	8
II с	7 л	7	14	14	3	6	12	8
III с	6 л	12	5	10	10	10	4	8

8. $397 \times 34 = 13598$

9. 45 и 405

Занятие № 7

Задачи со спичками

I. Повторение.

1. На полке стоят тарелки. Сначала взяли третью часть всех тарелок без двух, а потом $\frac{1}{2}$ оставшихся тарелок. После этого на полке осталось 9 тарелок. Сколько тарелок было на полке?
2. В подвале стоят 7 полных бочек, 7 бочек, заполненных наполовину и 7 пустых бочек. Как распределить эти бочки между тремя грузовиками, чтобы на каждом грузовике было 7 бочек и на всех грузовиках был одинаковый груз?

II. Задания по теме.

3. Вишенка лежит в рюмке, составленной из 4-х спичек. Выньте вишенку, переложив только 2 спички. (рис.1)



Рис. 1

4. Переложив 4 спички, сделайте так, чтобы рыбка поплыла в обратном направлении (рис. 2) Сделайте тоже самое, но, переложив только 3 спички

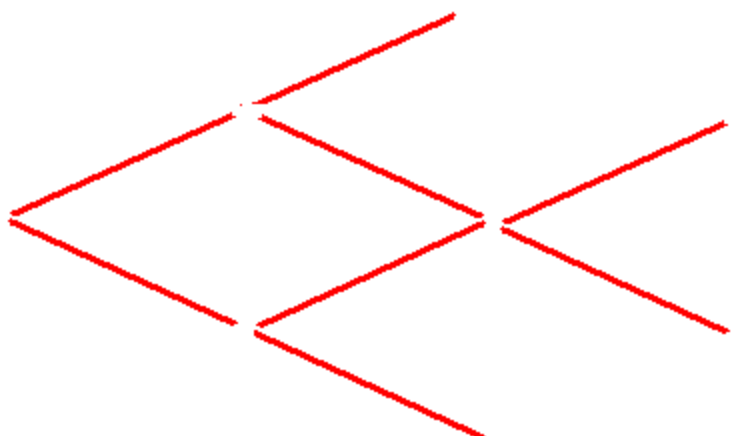


Рис. 2

5. Переложите 2 спички так, чтобы корова смотрела в другую сторону.
(рис. 3)

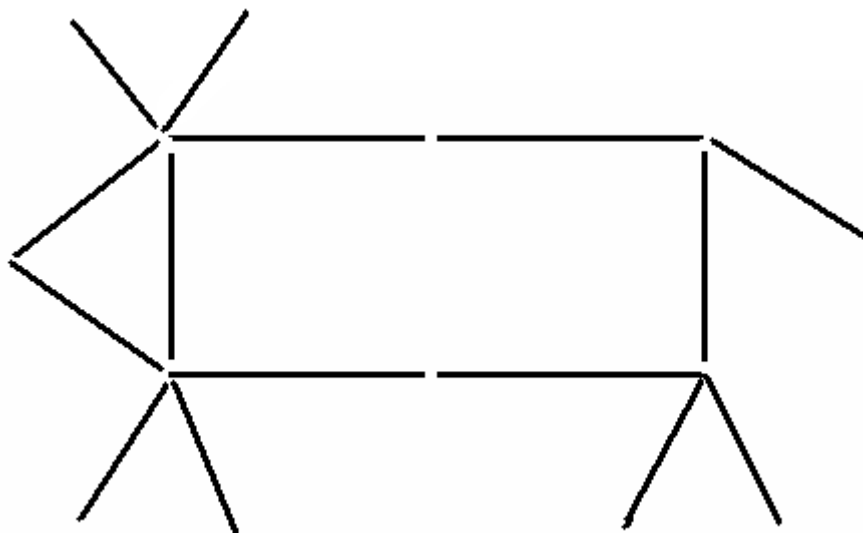


Рис. 3

6. Из 10 спичек построен дом. Переложить 2 спички так, чтобы он повернулся другой стороной (рис.4).

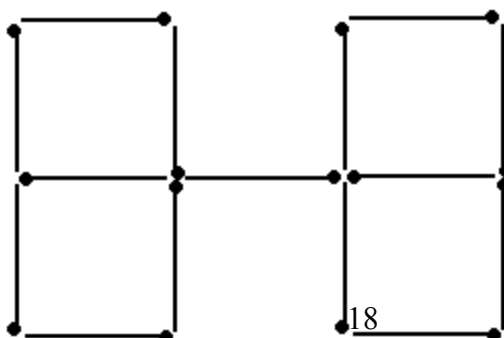


Рис. 4

7. Переложив только одну спичку, сделайте неверное равенство верным

$$X = VII - III$$

8. Переложите в фигуре 2 спички так, чтобы получилось 5 равных квадратов.



III. Задачи – шутки.

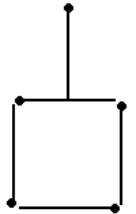
9. Как с помощью одной спички, не ломая её, сложить треугольник?

10. Из 4 спичек, не ломая их сделайте 10.

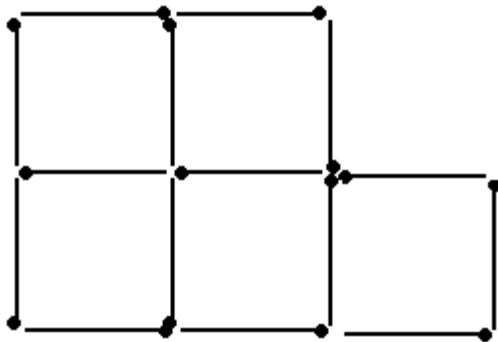
IV. Домашнее задание.

11. В бочке 18 л бензина. Имеется 2 ведра по 7л, в которые нужно налить по 6л бензина. Кроме того, есть черпак объемом 4л. Как это можно сделать?

12. Переложите 2 спички так, чтобы из подсвечника получилась шляпа.



13. Уберите 3 спички так, чтобы получилось 3 равных квадрата.



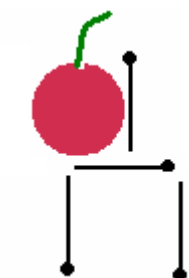
Ответы и решения

1) 24 тарелки

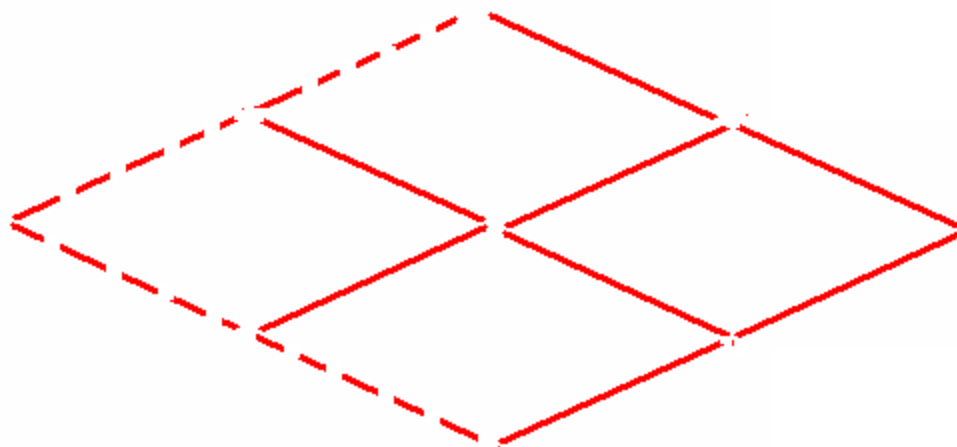
2) Например:

Номер грузовика	Число полных бочек	Число бочек, заполненных наполовину	Число пустых бочек
1	3	1	3
2	3	1	3
3	1	5	1

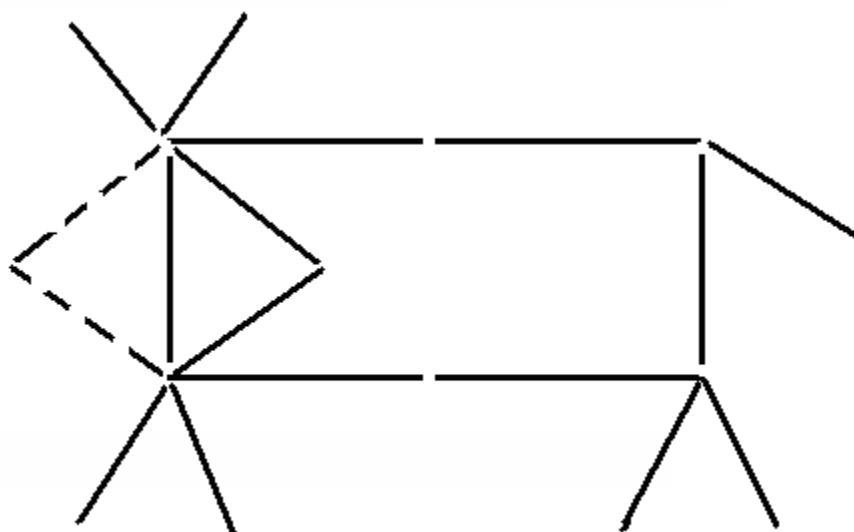
3)



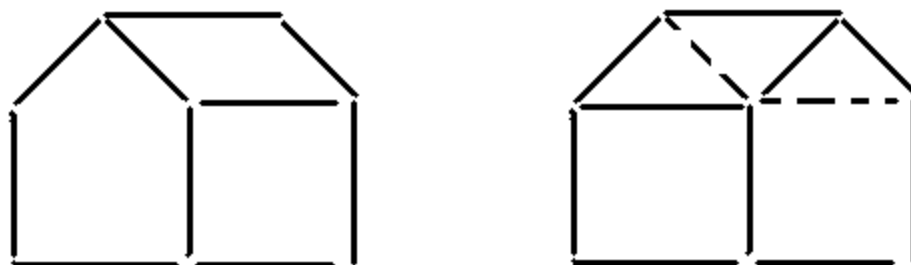
4)



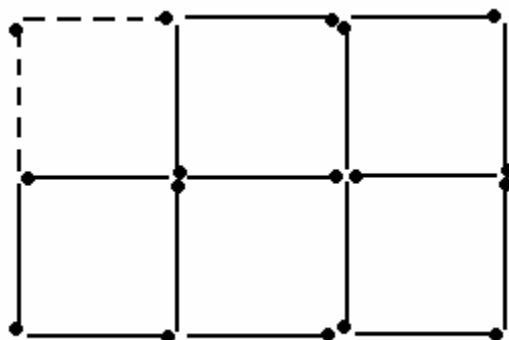
5)



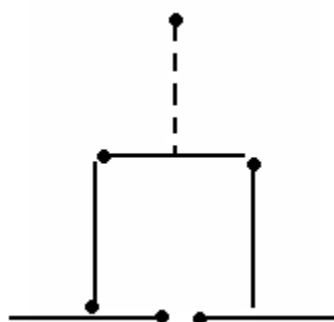
6)



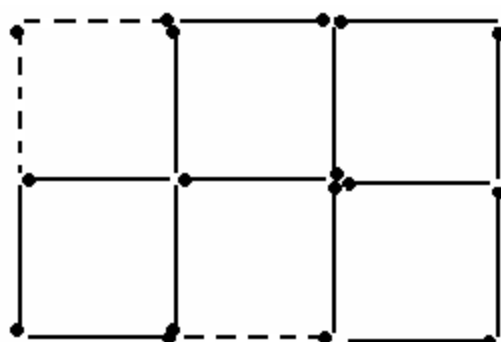
8)



12)



13)

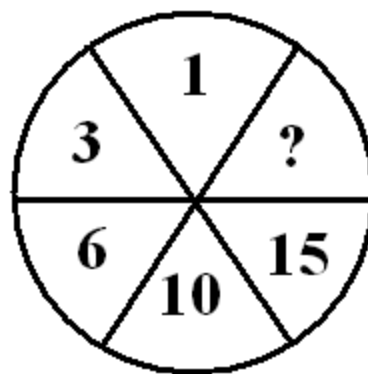


Занятие № 8

Математические ребусы

I. Повторение.

1. Устно. Математик, оказавшись в небольшом городке, решил подстричься. В городке было лишь 2 парикмахерских. Заглянув к одному мастеру, он увидел, что в салоне грязно, сам мастер одет неряшливо, плохо выбрит и небрежно подстрижен. В салоне второго мастера все было чисто, а сам владелец безукоризненно одет, чисто выбрит и аккуратно подстрижен. Тем не менее, математик пошел стричься к первому мастеру. Почему?
2. Женщина собирала в саду яблоки. Чтобы выйти из сада, ей пришлось пройти через 4 ворот, каждые из которых охранял свирепый стражник, отбиравший половину яблок. Домой женщина принесла всего 10 яблок. Сколько яблок досталось стражникам?
3. Устно. Какого числа недостает?



III. Задания по теме.

Математические ребусы – задания на восстановление записей вычислений на основании логических рассуждений. Рассматривать надо все возможные решения.

4. Восстановите записи:

$$\begin{array}{r} + \quad * * * \\ \hline * * * * \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad * * \\ \hline * 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad * * \\ \hline * 98 \end{array}$$

5. Решите ребусы:

а)

$$\begin{array}{r} + \quad \text{В Д С Е} \\ \quad \text{В Д С Е} \\ \hline \text{А Д С В Е} \end{array}$$

б)

$$\begin{array}{r} - \text{С Д Е В С} \\ \quad \text{А В С Д} \\ \hline \text{А С А С} \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{в)} \quad \text{К О Ш К А} \\
 + \text{К О Ш К А} \\
 \hline
 \text{К О Ш К А} \\
 \hline
 \text{С О Б А К А}
 \end{array}$$

$$\text{г)} \quad \text{Ч А Й} : \text{А Й} = 5$$

$$\begin{array}{r}
 \text{д)} \quad \quad \text{2 3 *} \\
 \quad \times \quad \text{5 * 4} \\
 \hline
 \quad \quad \text{* * *} \\
 + \\
 \text{* * *} \text{0} \\
 \hline
 \text{* * *} \text{* * 4}
 \end{array}$$

IV. Самостоятельная работа.

6.

$$\begin{array}{r}
 \text{а)} \quad \quad \times \quad \text{6 *} \\
 \quad \quad \text{* * *} \\
 \hline
 \quad \quad \text{* *} \\
 + \quad \text{* *} \\
 \hline
 \quad \text{* *} \\
 \hline
 \text{* * *} \text{6}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{б)} \quad \quad \text{А} \\
 + \quad \text{Б Б} \\
 \hline
 \text{А} \\
 \hline
 \text{С С С}
 \end{array}$$

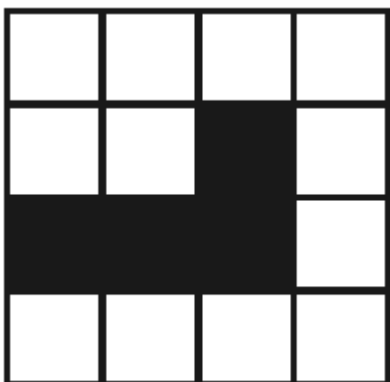
V. Домашнее задание.

7. Восстановите пропущенные цифры:

$$\begin{array}{r}
 \text{а)} \quad \times \quad \text{2 *} \\
 \quad \text{* 2} \\
 \hline
 \quad \text{* 8} \\
 + \\
 \text{7 *} \\
 \hline
 \text{7 *} \text{8}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{б)} \quad + \text{К И С} \\
 \quad \text{К С И} \\
 \hline
 \text{И С К}
 \end{array}$$

8. С числом, записанным на доске, можно производить следующие операции: заменить его удвоенным или стереть в нем последнюю цифру. Как с помощью нескольких таких операций из числа 458 получить число 14?
9. Разрежьте квадрат на 4 части, одинаковой формы и размера так, чтобы в каждую часть попало ровно по одному закрашенному квадрату:



Ответы и решения.

1. Так как в городе две парикмахерских, а второй мастер хорошо выбрит и аккуратно подстрижен, то подстриг его первый мастер.
2. 150 яблок.
5. а)

1. $E+E=E$, значит, $E=0$;

2. $B \geq 5$, $A=1$;

3. Так как $C+C=B$ или числу, оканчивающемуся на B , то B - число четное. Так как $B \geq 5$, то B либо 6, либо 8.

4. Если $B=6$, то C либо 3, либо 8; $C \neq 3$, так как $D+D$ не может быть нечетным числом. $C \neq 8$, так как $D+D+1$ – число нечетное, следовательно, $B \neq 6$, $B=8$.

5. Если $B=8$, то C либо 4, либо 9. Подбором находим, что $C=4$, $D=7$ ($D \neq 2$, так как $B+B=16$, не оканчивается цифрой $D=2$)

6. Если $C=9$, то $D=9$, чего не может быть. Итак, $8740+8740=17480$.

б) $10761-5610=5151$.

в) Так как $KA+KA+KA=KA$, то $KA=50$, значит, $K=5$, $A=0$. Так как $Ш+Ш+Ш+1$ оканчивается на 0, то $Ш=3$. Подбором находим $O=6$ или $O=7$, тогда $B=9$ или $B=2$.

$56350+56350+56350=169050$ или $57350+57350+57350=172050$.

г) Лучше перейдем от деления к умножению: $5 \cdot \text{АЙ} = \text{ЧАЙ}$, значит, $\text{Ч} \cdot 100 + \text{АЙ} = \text{АЙ} \cdot 5$, тогда $\text{Ч} \cdot 25 = \text{АЙ}$. Так как АЙ – число двузначное, то $\text{Ч}=1; 2; 3$;

Если $\text{Ч}=1$, то $125:25=5$.

Если $\text{Ч}=2$, то $250:50=5$.

Если $\text{Ч}=3$, то $375:75=5$.

д) $236 \cdot 504 = 118944$.

6.

а) $66 \cdot 111 = 7326$.

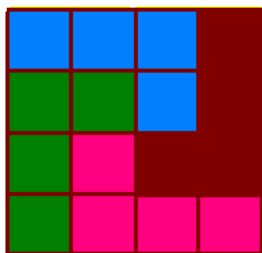
б) $A=6$, $B=9$, $C=1$.

7.

б) $24 \cdot 32 = 768$.

в) $K=4$, $И=9$, $C=5$.

9.



Занятие № 9

Повторение. Разбор задач «Домашней олимпиады»

I. Решение задач.

1. Картофель подешевел на 20%. На сколько процентов больше можно купить картофеля за ту же сумму?
2. Можно ли ходом шахматного коня попасть из левого нижнего угла доски в правый верхний угол, побывав на каждом поле ровно один раз?
3. Найти сумму: $1 + 2 + 3 + \dots + 870 + 871$.
4. Три бегуна А, В, и С соревновались в беге на 100 м. Когда А добежал до финиша, В отставал от него на 10 м. Когда В достиг финиша, С отставал от него на 10 м. На сколько метров отставал С от А, когда А финишировал?
5. Гребец, плывя по реке, потерял шляпу под мостом. Через 15 минут он заметил пропажу, вернулся обратно и поймал шляпу в 1 км от моста. Какова скорость течения реки?
6. Машина идет со скоростью 60 км/ч. На сколько надо увеличить скорость, чтобы выигрывать на каждом километре 1 минуту?

II. Домашнее задание.

7. Слова в фразе стоят на своих местах, но буквы внутри каждого слова переставлены местами. Например: «ПШЬОПЕШИС – ЙЮДЛЕ ШЕСАМЬШИН» - «Поспешишь – людей насмешишь». Поставь буквы на свои места и запиши фразу: «КОМСАВ ЕН СУ- ЗАР ЛИСТАСОРЬ».
8. Расшифровать ребус:
ВАГОН + ВАГОН = СОСТАВ
9. Можно ли разрезать квадрат на 4 части так, чтобы каждая часть соприкасалась с тремя остальными (части соприкасаются, если у них есть общий участок границы)?

Литература: П.В. Чулков. Школьные олимпиады. 5-6 классы. Москва. 2007.

Ответы и решения

1) Пусть у нас 100 рублей, а 1 кг стоит 10 рублей, тогда куплено было $100 : 10 = 10$ (кг).

Новая цена 8 рублей и на те же 100 рублей уже купят $100 : 8 = 12,5$ (кг).

Картофеля купят на $(12,5-10):10 \cdot 100 = 25\%$

Ответ: на 25%.

2) Чтобы пройти ходом шахматного коня все 64 клетки шахматной доски, побывав на каждом поле один раз, конь должен сделать 64 хода. При каждом ходе конь проходит с белого поля на черное (или с черного на белое), поэтому после ходов с четными номерами конь будет попадать на поля того же цвета, что и исходные, а после «нечетных» ходов – на поля противоположного цвета.

Ответ : нет.

3) $1+2+3+\dots+870+871 = (1+870)+(2+869)+\dots+871 = 871 \cdot 870 : 2 + 871 = 871 \cdot 436 = 879756$

4) Когда А пробежал 100м, В отставал от него на 10м, т.е. пробежал 90м, значит, его скорость от скорости А составляет 0,9. Скорость С составляет 0,9 скорости В, тогда от скорости А она составляет 0,81, и, когда А финишировал, С пробежал 81м.

$100-81 = 19$ м

Ответ: 19м.

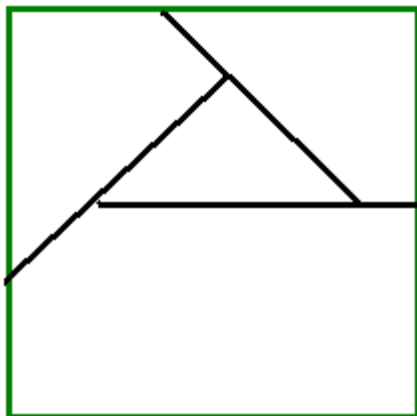
5) Гребец заметил пропажу через 15 минут, следовательно, и догонит её через 15 минут. (Относительно течения реки шляпа находится в состоянии покоя, а гребец плывет с той же скоростью). Таким образом, за 30 минут шляпа проплыла 1 км, а скорость течения реки 2 км/ч.

6) Это невозможно, т.к., чтобы выигрывать 1 минуту на каждом километре, значит проезжать 1 км на 1 мин быстрее, т.е. за 0 минут.

7) «Москва не сразу строилась»

8) $85679 + 85679 = 171358$

9) Да



Занятие № 10

Задачи на разрезание.

I. Повторение.

1. Как с помощью двух бидонов емкостью 17л и 15л отлить из молочной цистерны 13 л молока?
2. Устно. При постройке забора плотники поставили по прямой 10 столбов, расстояние между каждым из которых было равно 2 м. Какова длина забора?

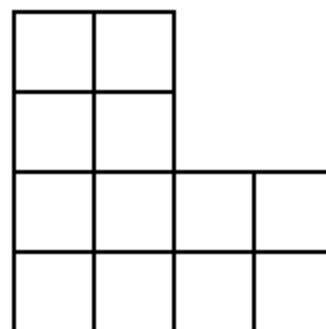
3. Четырехугольное поле окружено рвом, ширина которого всюду одинакова. Даны две доски, длина каждой из которых равна ширине рва. Требуется с помощью этих досок устроить переход через ров.



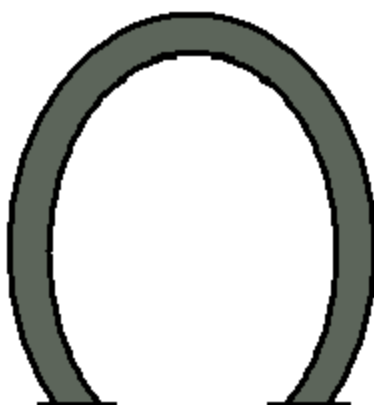
II.

Задания по теме.

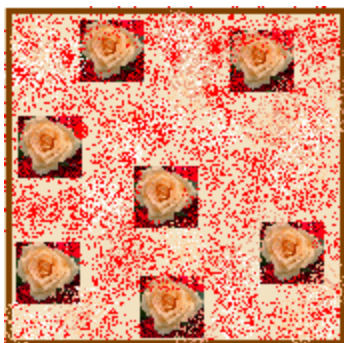
4. Разрежьте фигуру по линиям сетки на 4 одинаковые части, сложите из них квадрат с квадратным отверстием посередине.



5. Подкову двумя прямыми разрезами разделите на 6 частей.



6. К чаю купили торт с 7 розочками. Как тремя прямыми линиями разрезать его на 7 частей, чтобы на каждой оказалась розочка?



III. Самостоятельная работа.

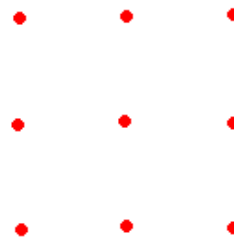
7. Разрежьте треугольник на 2 треугольника, четырехугольник и пятиугольник, проведя 2 прямые линии.

8. Устно. Крышка стола имеет 4 угла. Если один из них отпилить, сколько будет углов у крышки?

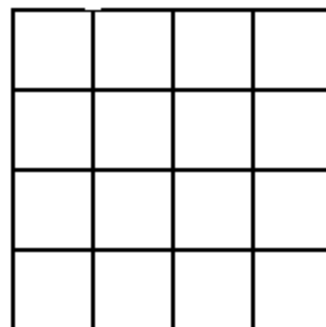
IV. Домашнее задание.

9. Как расставить 16 стульев, чтобы у каждой из четырех стен стояло : а) по 4 стула, б) по 5 стульев?

10. Четырьмя прямыми линиями соедините 9 точек, не отрывая карандаша от бумаги и, не проводя одной и той же линии дважды.

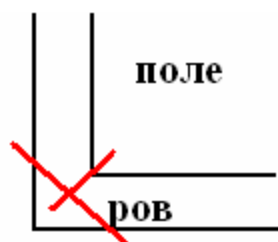


11. Разрежьте фигуру на три равные (по форме и площади) части. Резать можно только по сторонам клеточек.

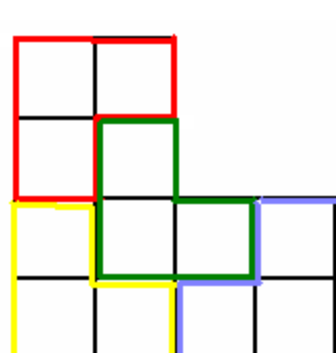
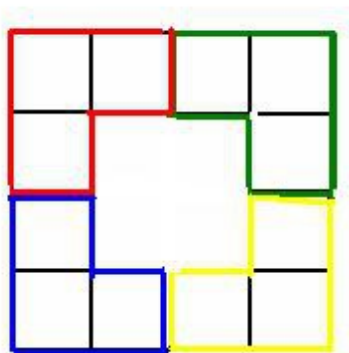


Ответы и решения

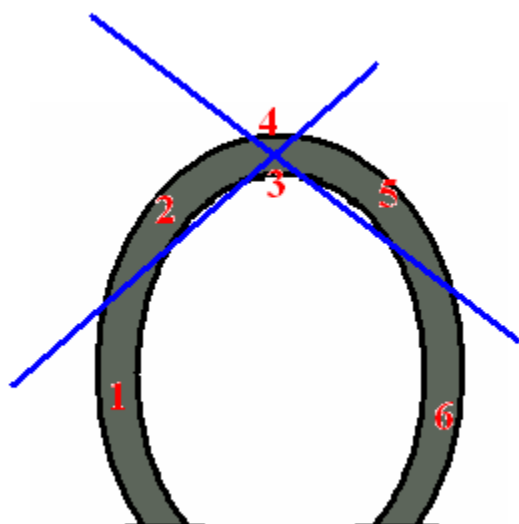
3)



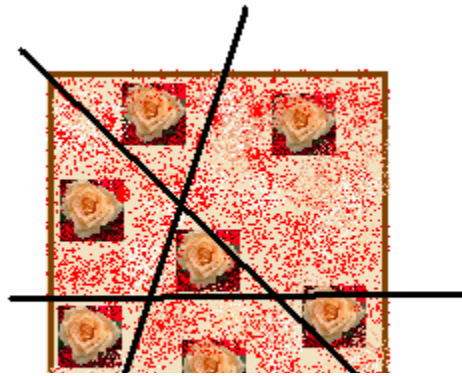
4)



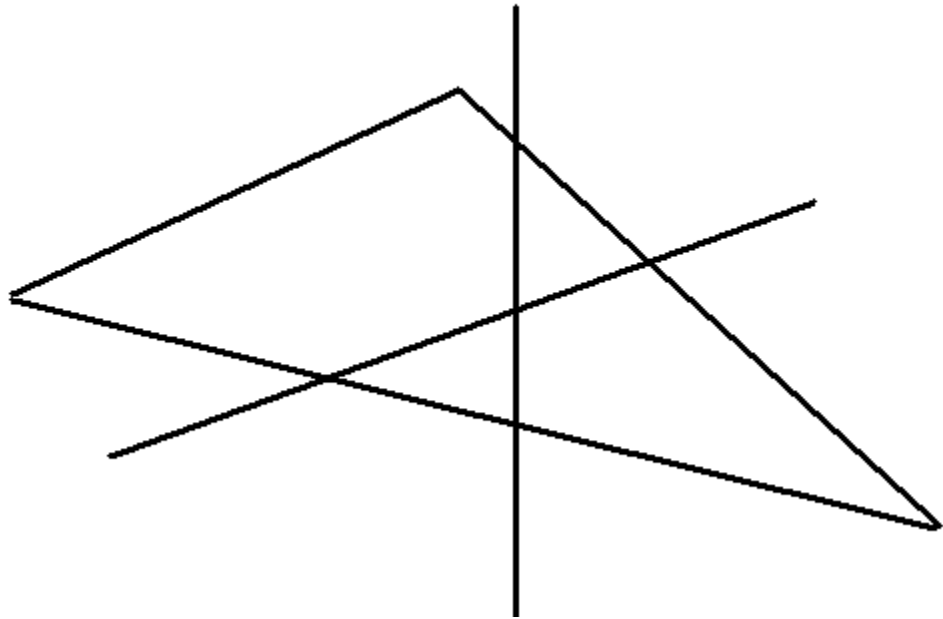
5)



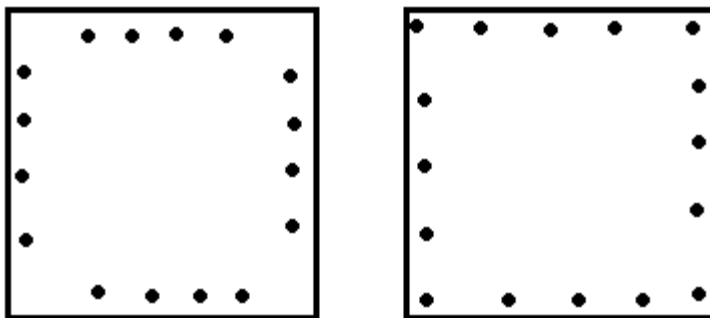
6)



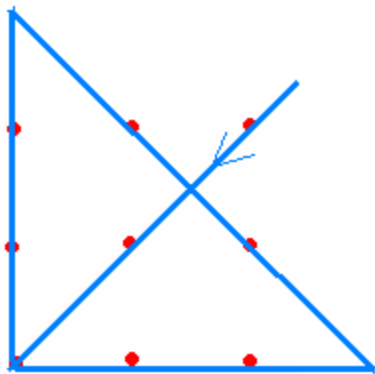
7)



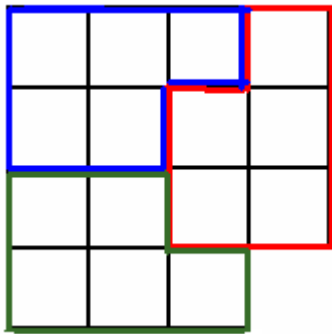
9)



10)



11)



Занятие № 11.

Принцип Дирихле.

I. Повторение.

1. Расшифруйте ребус: ПОРТ

+ ПОРТ

ПОРТ

ТОРГ

2. В погребе хранилось 6 бочонков вина по 15, 16, 18, 19, 20 и 31л. Утром мушкетеры выпили три бочонка, а вечером – 2, что составляет половину выпитого утром. Последний бочонок они подарили капитану де Тревилю. Сколько литров вина было в этом бочонке?
3. Имеется два ведра: 4-х литровое и 9-и литровое. Можно ли с их помощью набрать бл воды из реки?

II. Задания по теме.

Петер Густав Лежен Дирихле (1805-1859гг.). В самом простом виде принцип Дирихле выглядит так: «Нельзя посадить 4 зайцев в 3 клетки так, чтобы в каждой клетке находилось не больше одного Зайца». Зная этот принцип, можно понять, как его применять, и выбирать правильно и «клетки», и «зайцев».

4. В хвойном лесу 800000 елей, и ни на одной из них нет более 500000 игл. Докажите, что по крайней мере, у двух елей число игл одинаково.
5. У человека на голове не более 300000 волос. Доказать, что во Владикавказе живут хотя бы два человека, у которых одинаковое число волос.
6. В классе 37 учеников. Докажите, что по крайней мере, трое из них родились в одном и том же месяце.
7. В классе 30 человек. Саша в диктанте сделал 13 ошибок, а остальные – меньше. Докажите, что по крайней мере 3 ученика сделали ошибок поровну. (Может быть по 0 ошибок).
8. На Земле больше 4 миллиардов человек, которые моложе 100 лет. докажите, что на Земле есть 2 человека, родившиеся в одну и ту же секунду.

III. Самостоятельная работа.

9. В классе 35 учеников. Можно ли утверждать, что среди них найдутся хотя бы два ученика, фамилии которых начинаются с одной буквы?
10. В классе 26 учеников, из них более половины – мальчики. Докажите, что какие-то 2 мальчика сидят за одним столом, если в классе 13 столов.

IV. Домашнее задание.

11. В школе 367 учеников. Докажите, что среди учащихся обязательно найдутся хотя бы два ученика, родившиеся в один и тот же год.
12. В классе 41 человек. Саша в диктанте сделал 13 ошибок, остальные – меньше. Докажите, что по крайней мере, 4 ученика сделали ошибок поровну. (Может быть по 0 ошибок).
13. В коллекции имеется 25 монет по 1, 2, 3, 5 копеек. Имеется ли среди них 7 монет одинакового достоинства?

Ответы и решения.

- 2. 19 литров.

- 3.

9л	0	4	4	8	9	0	3	3	7	7	9	0	2	6
4л	4	0	4	4	3	3	0	4	0	4	2	2	4	0

Можно.

- 4. В 500000 «клетках»-иглах сидят 800000 елей- «зайцев».
- 5. Во Владикавказе жителей больше 330000 человек. Пусть 300000 жителей города имеют разное число волос. Пронумеруем их 1,2,3,..., 300000. Тогда у 300001-го жителя число волос с кем-то совпадает.
- 6. Месяцы года-12 «клеток». Распределяя учеников- «зайцев» по месяцам - «клеткам», получим требуемый результат.
- 7. «Зайцы » - ученики; «клетки» - число сделанных ошибок. В клетку 0 «посадим» всех, у кого нет ни одной ошибки, в «клетку»1-тех, у кого одна ошибка,...и так до «клетки»13, где находится Саша. Применяя принцип Дирихле, предположим, что никакие 3 ученика не сделали по одинаковому числу ошибок, т. е. в каждую из «клеток» 0,1,2,...12 попало меньше трех учеников. Тогда в каждой из них два ученика или меньше, а всего в этих 13 «клетках» не более $2 \cdot 13 = 26$ учеников. Добавив Сашу, все равно не наберем 30 ребят, что противоречит условию.
- 8. За 100 лет пройдет меньше, чем 37000 дней. В часе $60 \cdot 60 = 3600$ секунд. В сутках 24 часа или $24 \cdot 3600 = 86400$ секунд. В сутках меньше 90000 секунд, а за 100 лет пройдет меньше $90000 \cdot 37000 = 3330000000$, т. е. 3,33 миллиарда секунд. Из условия следует что не старше 100 лет по крайней мере 99% населения Земли, т. е. $4 \cdot 0,99 = 3,96$ миллиарда людей. Далее используем принцип Дирихле.
- 9. Да.
- 10. Мальчики «зайцы», столы- «клетки». Так как мальчиков больше половины, т. е. больше 13 – числа столов, то, по принципу Дирихле, найдется стол, за которым сидят не менее двух мальчиков. А так как больше двух мальчиков за стол не помещается, то, значит, найдется стол, за которым сидят 2 мальчика.
- Так как дней в году не более 366, а учеников 367, то два из них родились в один и тот же день года.
- 12. Да.
- 13. На 13 «клеток» для оставшихся 0, 1, 2,12 ошибок приходится 40 учеников. Если бы в каждой «клетке» было не более трех учеников, их было бы всего не более 39.

Логические (сюжетные) задачи

I. Повторение.

1. Расшифруйте ребус:

$$\begin{array}{r} B \\ + A A A A A \\ A A A A A \\ A A A A A \\ \hline B A A A A A \end{array}$$

2. В наборе было 23 гири массой 1 кг, 2 кг, 3 кг, ..., 23 кг. Гирю в 21 кг потеряли. Можно ли разложить оставшиеся гири на 2 равные по массе кучки?

II. Задания по теме.

3. Встретились три друга: скульптор Белов, скрипач Чернов и художник Рыжов. «Замечательно, что один из нас блондин, другой – брюнет, а третий – рыжеволосый, но ни у одного нет волос того цвета, на который указывает фамилия», - заметил брюнет. «Ты прав», - сказал Белов. Какой цвет волос у художника?

4. Три подруги Света, Валя и Галя занимаются музыкой: пением, игрой на скрипке или пианино. Известно, что Валя и пианистка ходят в разные классы, Света и певица родились в один день, Галя и певица живут на первом этаже. Чем занимается каждая?

5. Четверо ребят – Алеша, Борис, Володя и Гриша участвовали в лыжных гонках. На вопрос о занятом месте, они ответили так: Алеша – Я не был ни первым, ни последним.

Борис – Я не был последним.

Володя - Я был первым.

Гриша – Я был последним.

Три из этих ответов были правдивым, а один – ложью. Кто сказал правду. Кто был первым.

III. Игра «Цепочки слов»

Метаграмма получается заменой одной из букв слова на другую. Например: КОЗА – ПОЗА – ПОЛА – ПОЛК – ВОЛК.

6. Придумать цепочку слов, переводящих слова МИГ в ЧАС, ЧАС в ГОД.

IV. Домашнее задание.

7. Как перевезти в лодке с одного берега реки на другой волка, козла и капусту, если известно, что волка нельзя оставить без привязи с козлом, а козел «неравнодушен» к капусте? В лодке есть только 2 места, поэтому можно брать с собой или одно животное, или капусту.
8. Коты: Шурик, Кузя и Мурзик оказались среди победителей кошачьей выставки. Один из них рыжий, другой – сиамский, а третий - персидский. Известно, что Кузя не персидский кот, а Шурик не перс и не рыжий. Определить породу каждого кота.
9. Придумать цепочку слов, переводящих слово ГОД в слово ВЕК, ВЕК в ЭРА.

Ответы и решения.

- 1. $A=9, B=2$.
- 2. Общий вес оставшихся гирь $1+22+2+21+...+11+12+23-21=255$ граммов - нечетное число, поэтому оставшиеся гири нельзя разложить на две равные по массе кучки.
- 3.

	<i>Блондин</i>	<i>Брюнет</i>	<i>Рыжий</i>
Скульптор Белов	—	—	+
Скрипач Чернов	+		
Художник Рыжов		+	

- 4.

	<i>Света</i>	<i>Валя</i>	<i>Галя</i>
Пение	+		
Игра на скрипке		+	
Игра на пианино			+

- 5. Предположим, что солгал Алексей, значит, солгали Владимир или Григорий, что противоречит условию. Пусть солгал Борис, тогда он был последним, но последним был и Гриша, чего не может быть. Пусть солгал Володя, тогда он был не первым. В этом случае все получается и первым был Борис. Если солгал Гриша, тогда никто из ребят не был последним, чего тоже не может быть.
- 6. МИГ - МАГ - МАЙ - ЧАЙ - ЧАС - ЧАД - ГАД - ГОД.
- 7. Первым рейсом перевезти козла, оставив на берегу волка и капусту. Вторым рейсом взять волка, оставив капусту на берегу. Переехав реку, оставить волка на берегу, забрать козла и вернуться обратно. Третьим рейсом взять капусту, выгрузив козла. Переехав через реку, оставить капусту с волком на берегу и вернуться за козлом. Четвертым рейсом перевезти козла.
- 8. Шурик - сиамский, Кузя - рыжий, Мурзик - персидский.
- 9. ГОД - ГИД - ВИД - ВИС - ВЕС - ВЕК - БЕК - БОК - БОА - БРА - ЭРА.

Занятие № 13

Логические (сюжетные) задачи

I. Повторение.

1. У Антона было 10 пирожков, у Бориса – 11, у Виктора – 15. К ним присоединился Григорий. Ребята поделили пирожки поровну. Гриша отдал друзьям 36 рублей. По сколько рублей должны получить ребята из этой суммы?
2. Устно. Два человека подошли к реке. У берега стояла лодка, в которой мог поместиться только один человек. Оба без всякой посторонней помощи переправились на другой берег на этой лодке и пошли дальше. Как им это удалось?

II. Задания по теме.

3. В одном дворе живут 4 друга. Вадим и шофёр старше Сергея. Николай и слесарь занимаются боксом. Электрик – младший из друзей. По вечерам Антон и токарь играют в домино против Сергея и электрика. Определить профессию каждого из друзей.
4. В ящике лежат 12 одинаковых шаров, отличающихся только цветом: 6 красных, 3 белых, 2 зеленых и 1 черный. Какое наименьшее число шаров надо взять из ящика наугад, чтобы среди вынутых шаров оказались не менее двух шаров одного цвета?
5. Продолжить ряд:
 - a). 2; 3; 4; 5; 6,...
 - d). 9; 1; 7; 1; 5; 1;...
 - c). 3; 5; 9; 17;...
 - d). 0; 3; 8; 15; 24; 35;...

III. Самостоятельная работа.

6. В бутылке, стакане, кувшине и банке находится молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в бутылке, сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом, в банке не лимонад и не вода. Стакан стоит около банки и сосуда с молоком. В какой сосуд налита каждая из жидкостей?

IV. Домашнее задание.

7. Олег, Игорь и Аня учатся в 6-ом классе. Среди них есть лучший математик, лучший шахматист и лучший художник. Известно, что

а) Аня никогда не проигрывала мальчикам в шахматы;

б) лучший художник не нарисовал своего портрета, но нарисовал портрет Игоря.

Кто в классе лучший художник, лучший шахматист, лучший математик?

8. В озере растет волшебная лилия. Её размеры увеличиваются каждый день в 2 раза. Если посадить в пруд одну такую лилию, то через 20 дней она заполнит его полностью. За сколько дней весь пруд закроется если сразу посадить 4 такие же лилии?

9. Восстанови пропущенные цифры:

$$\begin{array}{r} \times \quad 23* \\ \hline \quad 5*4 \\ + \quad *** \\ \quad ***0 \\ \hline *****4 \end{array}$$

Ответы и решения.

1. 1) $10+11+5=36$ (п) – всего
 2) $36:4+9$ (п) – досталось каждому
 3) $36:9=4$ (р) – цена одного пирожка, значит, Антон получит 4 рубля, Борис – 8 рублей, Виктор – 24 рубля.

2. Они подошли к реке с разных берегов.

3.

	ШОФЕР	СЛЕСАРЬ	ЭЛЕКТРИК	ТОКАРЬ
ВАДИМ	-	-	-	+
СЕРГЕЙ	-	+	-	-
НИКОЛАЙ	-	-	+	-
АНТОН	+	-	-	-

Так как Вадим и шофер больше Сергея, то Вадим и Сергей не шоферы. Ставим два минуса «-». Так как Николай и слесарь занимаются боксом, то Николай – не слесарь. Ставим минус в соответствующей клетке. Так как Антон и токарь играют в домино против Сергея и электрика, то Антон и Сергей – не токари и не электрики. Получим еще 4 минуса. Значит, Сергей может быть только слесарем. Тогда Антон – шофер, а так как Вадим и шофер старше Сергея и электрик – младший из друзей, то Вадим – не электрик, а токарь; тогда Николай – электрик.

ОТВЕТ: Сергей – слесарь, Антон – шофер, Вадим – токарь, Николай - электрик.

10. 5 шаров.

11. а) 7; 8; 9 ...

 б) 3; 1; ...

 в) 33; 65; ...

 г) 24; 35; 48; ...

6.

	БУТЫЛКА	СТАКАН	КУВШИН	БАНКА
МОЛОКО	-	-	+	-
ЛИМОНАД	+	-	-	-
КВАС	-	-	-	+
ВОДА	-	+	-	-

7.

	МАТЕМАТИК	ШАХМАТИСТ	ХУДОЖНИК
ОЛЕГ		-	+
ИГОРЬ	+	-	-
АНЯ		+	

8. За 18 дней.

9. $236 \cdot 504 = 118944$.

Занятие № 14

Задачи на движение

I. Повторение.

1. У колхозника было несколько одинакового веса поросят и несколько ягнят также одинакового веса. 3 поросенка и 2 ягненка весят 22 кг, а 2 поросенка и 3 ягненка весят 23 кг. Как узнать, сколько весит 1 поросенок и 1 ягненок?
2. В лагерь приехали три друга: Миша, Володя и Петя. Каждый из них имеет одну из фамилий: Иванов, Семенов, Герасимов. Миша не Герасимов; отец Володи – инженер. Володя учится в 6 классе. Отдыхающий с фамилией Герасимов учится в 5 классе, а отец мальчика с фамилией Иванов – слесарь. Какая фамилия у каждого из трех мальчиков?
3. Расшифруйте ребус:

$$\bigcirc 17 \cdot \bigcirc 7 = ?$$

II. Задания по теме.

4. Два охотника идут навстречу друг другу. Расстояние между ними 500м. Скорость первого охотника 60 м/мин, а второго 40 м/мин. От одного охотника отбегает собака и бежит навстречу другому со скоростью 300м/мин. Подбегает ко второму, поворачивает и бежит навстречу первому. Так она бежит до самой встречи охотников. Какое расстояние при этом пробежит собака?
5. Из двух собачьих будок, находящихся на расстоянии 27 км одна от другой, навстречу друг другу выскочили в одно и то же время две злые собаки. Первая бежит со скоростью 4 км/ч, а вторая – 5 км/ч. Через сколько часов начнется драка?
6. Из пункта А в пункт В отправились одновременно два человека: один пешком, другой – на велосипеде. В то же время из В в А вышел автомобиль, который встретился с велосипедистом через 4 часа. А с пешеходом – через 5 часов после своего выезда из В. Найти расстояние от А до В, если скорость пешехода 6 км/ч, а велосипедиста – 15 км/ч.

III. Домашнее задание.

7. На лугу пасутся козы и гуси. У всех вместе 36 голов и 100 ног. Сколько на лугу гусей и сколько коз?
8. Два муравья отправились в гости к стрекозе. Один всю дорогу прополз, а другой половину пути ехал на гусенице, что было в 2 раза медленнее, чем ползти, а вторую половину скакал на кузнечике, что было в 10 раз быстрее. Какой муравей первым придет в гости, если они вышли одновременно?

Ответы и решения

1. $3n + 2я = 22 \text{ кг}$

$$2n + 3я = 23 \text{ кг}$$

$5n + 5я = 45 \text{ кг}$, значит, $1n + 1я = 9 \text{ кг}$, тогда один поросенок весит 4 кг, один ягненок 5 кг.

2.

	ИВАНОВ	СЕМЕНОВ	ГЕРАСИМОВ
МИША	+	-	-
ВОЛОДЯ	-	+	-
ПЕТЯ	-	-	+

12. 1) $500 : (60 + 40) = 5 \text{ мин.}$ – время до встречи охотников

2) Так как собака бегала 5 минут, то пробежала $5 \cdot 300 = 1200 \text{ метров.}$

Ответ: 1200 метров.

6. 180 км.

7. Предположим, что козы встали на задние ножки, тогда на земле

$36 \cdot 2 = 72 \text{ ноги.}$ Лишние $100 - 72 = 28 \text{ ног}$ принадлежат козам. Значит, коз $28 : 2 = 14$, а гусей $36 - 14 = 22$.

Ответ: коз 14, гусей 22.

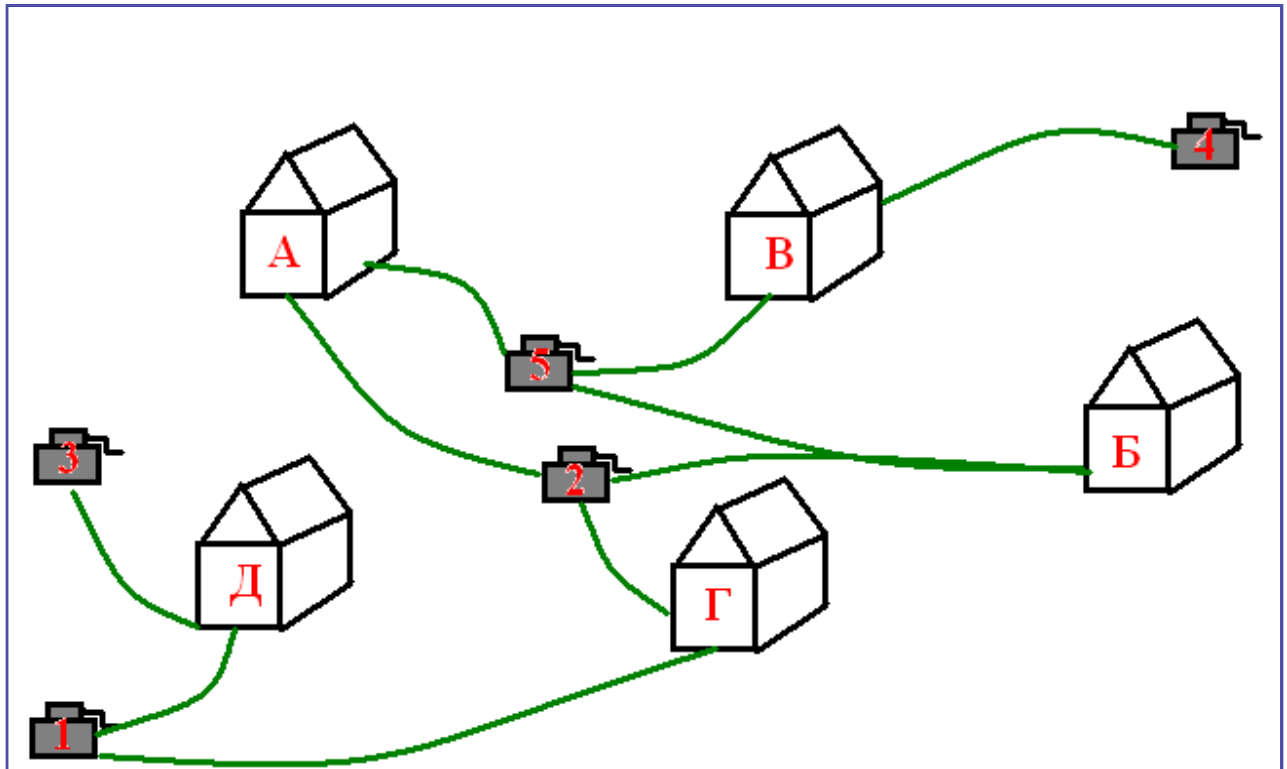
8. Первый.

Занятие № 15

Простейшие графы

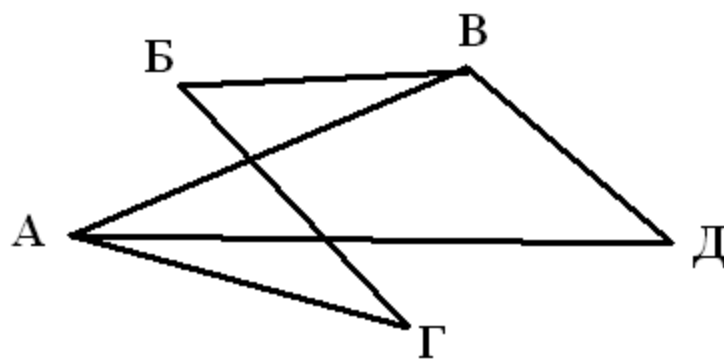
I. Задания по теме.

1. Жители пяти домов поссорились друг с другом и, чтобы не встречаться у колодцев, решили их поделить так, чтобы хозяин каждого дома ходил к «своему» колодцу по «своей» тропинке. Удастся ли это сделать?

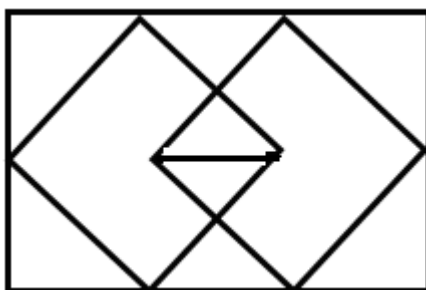


2. В пяти корзинах лежат яблоки пяти разных сортов. Яблоки 1 сорта лежат в корзинах Г и Д; яблоки 2 сорта – в корзинах А, Б, Г; в корзинах А, Б и В – яблоки 5 сорта; в корзине В имеются, к тому же, яблоки 4 сорта, а в корзине Д – третьего. Требуется дать каждой корзине номер, но так, чтобы в корзине № 1 были яблоки 1 сорта, в Корзине №2 – второго и т.д.
3. В первенстве класса по настольному теннису 6 участников: Андрей, Борис, Виктор, Галина, Дмитрий и Елена. Конкурс проводится по круговой системе – каждый из участников играет с каждым из остальных один раз. Некоторые игры уже проведены: Андрей сыграл с Борисом, Галиной и Еленой; Борис – с Андреем и Галиной; Виктор – с Галиной, Дмитрием и Еленой; Галина – с Андреем и Виктором. Сколько игр уже проведено и сколько осталось?

а) Удобно составлять схемы-графы; точки А, Б, В, Г, Д – вершины графа, соединяющие их отрезки – ребра графа.



б) Не отрывая карандаша от бумаги, и, не проводя ни по какому ребру дважды, нарисуйте данный граф. Занумеруйте ребра в той последовательности, в какой вы их проходили.



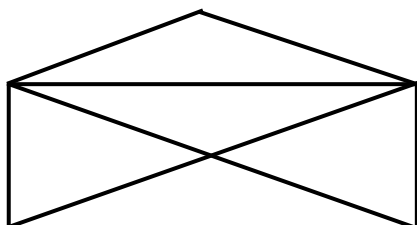
в) Граф называется «связным», если двигаясь вдоль ребер, можно из любой его вершины попасть в любую другую.

Если в каждой вершине «связного» графа сходится четное число ребер, то такой граф называется «эйлеров», он допускает непрерывный замкнутый обход (цикл), проходящий по каждому ребру один раз.

Нельзя совершить обход (цикл), если у графа более двух вершин нечетной кратности (нечетное число ребер, сходящихся в одной вершине).

II. Самостоятельная работа

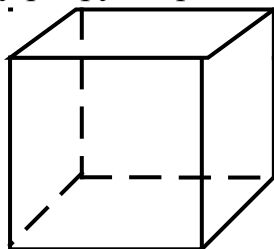
4. Начертите фигуру, не отрывая карандаша от бумаги



III. Домашнее задание.

5. Юра подсчитал, что за день в завтрак, обед и ужин он съел 10 конфет. Докажите, что хотя бы один раз он съел не меньше 4 конфет.

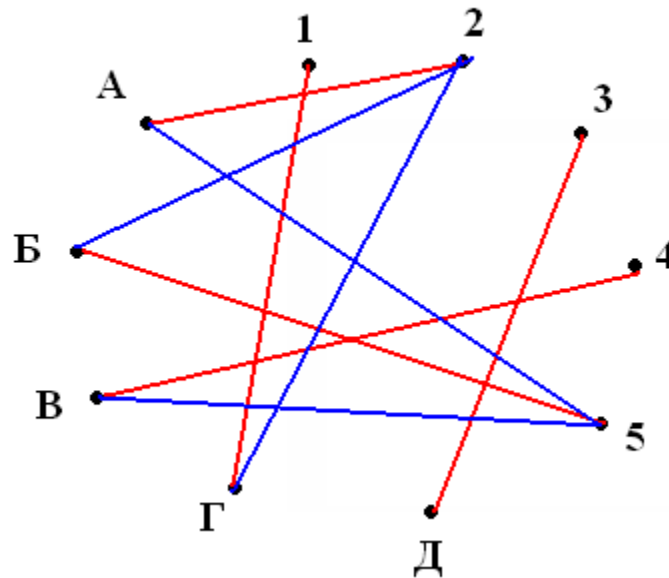
6. Муха забралась в банку из-под сахара. Банка имеет форму куба. сможет ли муха последовательно обойти все 12 ребер куба, не проходя дважды по одному ребру. Перелетать и перепрыгивать с места на место нельзя



7. Как за меньший промежуток времени поджарить 4 пирожка, если на поджарку одной стороны необходима 1 минута, а на сковородке можно поместить 3 пирожка?

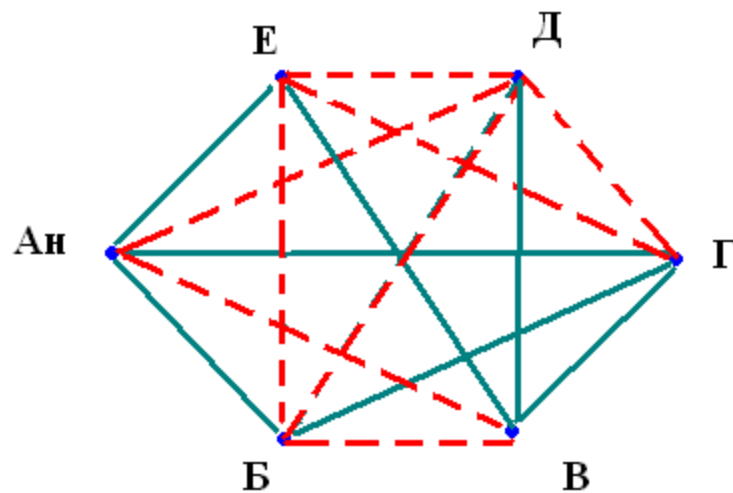
Ответы и решения

- 1) Начнем с тех колодцев, к которым ведет только одна тропа. Тогда: В – 4, Д – 3, Г – 1, А – 5, Б – 2. (Один из вариантов)
- 2)

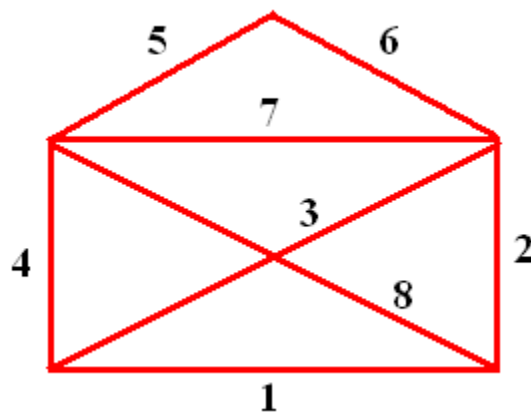


І вариант: Д – 3, Г – 1, В – 4, Б – 5, А – 2
 ІІ вариант: Д – 3, Г – 1, В – 4, Б – 2, А – 5

3)

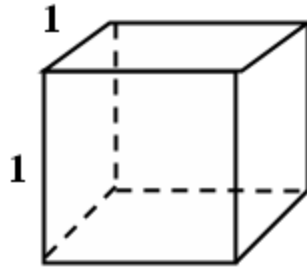


4)



5) Если бы он съел по 3 конфеты на завтрак, на обед и на ужин, то их было бы 9. Значит, 10-ую конфету он съест, например, на завтрак, а, значит, на завтрак съест не меньше 4-х конфет.

6)



нет

7) Сначала положить на сковородку 3 пирожка и обжарить их с одной стороны (1 минута), затем снять 2 пирожка, перевернуть оставшийся и положить четвертый (ещё 1 минута). Снять 1 поджаренный пирожок, положить 2 снятых ранее и перевернуть четвертый (ещё 1 минута).

Ответ: 3 минуты.

Занятие № 16

Круги Эйлера

I. Доклад о Л. Эйлере.

II. Задания по теме.

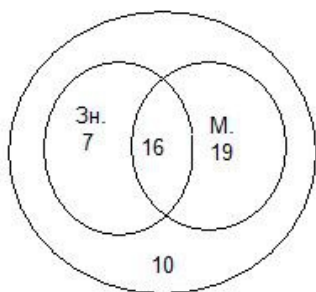
1. Приехало 100 туристов. Из них 10 человек не знали ни немецкого, ни французского языка. 75 человек знали немецкий и 83 – французский. Сколько человек знали французский и немецкий языки?
2. Из 52 школьников 23 собирают значки, 35 собирают марки, а 16 – и значки, и марки. Сколько человек не увлекаются коллекционированием?
3. В школе 60 шестиклассников, из них 37 отличников по математике, 33 – по русскому языку и 42 – по физкультуре. При этом у 21 ученика «пятёрки» по математике и русскому языку, а у 23 – по математике и физкультуре, у 22 – по русскому и физкультуре. При этом 20 человек учатся на отлично по всем трём предметам. Возможно ли такое?

III. Домашнее задание.

4. Рассадить 45 кроликов в 9 клетках так, чтобы в каждой клетке находилось разное число кроликов.
5. В 500 ящиках лежат яблоки. Известно, что ящик может вместить 240 яблок. Докажите, что, по крайней мере, в 3-х ящиках содержится одинаковое число яблок.
6. В группе 80 туристов, приехавших в Москву. Большой театр хотят посетить 52 человека, Художественный театр – 30, а 12 хотят посетить оба театра, остальные в театр не хотят. Сколько человек не собираются идти в театр?

Ответы и решения

1. Так как 25 туристов ($100 - 75 = 25$) не знали немецкого языка, то 15 туристов ($25 - 10 = 15$) знали только французский язык, поэтому оба языка знали 68 туристов ($83 - 15 = 68$).
2. Большой круг обозначает всех школьников. Круг Зн. Обозначает школьников, собирающих значки (их 23), а круг М. – собирающих марки (их 35). В пересечение кругов Зн. и М. стоит число 16 – это те, кто собирает и значки и марки. Значит, только марки собирают $35 - 16 = 19$ школьников, только значки $23 - 16 = 7$ школьников. Всего марки и значки собирают $7 + 16 + 19 = 42$ школьника, остается $52 - 42 = 10$ школьников не увлекающихся коллекционированием.



3. Нет.
4. В 1-ой клетке – 1 кролик;
Во 2-ой клетке – 2 ролика, и так далее. В 9-ой клетке – 9 кроликов.
5. Пусть в первом ящике лежит одно яблоко, во втором – 2 , ..., в 240 – 240; в 241-ом – одно; в 242-ом – два; ..., в 480-ом – 240, а в 481-ом – либо одно, либо два, ..., либо 240. Таким образом, по крайней мере 3 ящика содержат по одинаковому числу яблок.
6. 10 человек.

Занятие № 17

Задачи с числами

I. Вступительное слово о Карле Гауссе.

Найти сумму целых чисел от 1 до 100.

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 + 100.$$

II. Задания по теме.

1. Вычислите:

$$99 - 97 + 95 - 93 + 91 - 89 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1$$

2. В двузначном числе цифра десятков вдвое больше цифры единиц. Если записать число теми же цифрами, но в обратном порядке, то получим число, на 27 меньше исходного числа. Найдите это число.
3. Сумма двух чисел равна 165. Если в большем числе отбросить справа один ноль, то числа окажутся равными. Какие это числа?
4. Слева от знака равенства поставьте между цифрами знаки сложения и вычитания так, чтобы получилось верное равенство:

$$9 \ 8 \ 7 \ 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 = 97$$

5. Из числа **1234512345123451234512345** вычеркните 10 цифр так, чтобы оставшееся число было максимальным.
6. Расставьте скобки так, чтобы получилось верное равенство:

$$1-2\cdot3+4+5\cdot6\cdot7+8\cdot9 = 1995$$

III. Повторение.

7. Продолжите ряд:

а) 1; 2; 4; 8; 16; 32; ...

б) 12; 14; 13; 15; 14; 16; ...

8. Сеня купил три пакета орехов, а Саша 2 таких пакета. К ним присоединился Костя, и они разделили орехи поровну. При расчете оказалось, что Костя должен уплатить 25 рублей. Сколько денег из этой суммы должен получить Сеня и сколько Саша? Сколько стоит один пакет орехов?

IV. Домашнее задание.

9. В классе 35 учеников. Из них 20 занимаются в математическом кружке, 11 – в биологическом, 10 ребят не посещают кружки. Сколько биологов увлекается математикой?

10 Слева от знака равенства поставьте знаки арифметических действий так, чтобы получилось верное равенство:

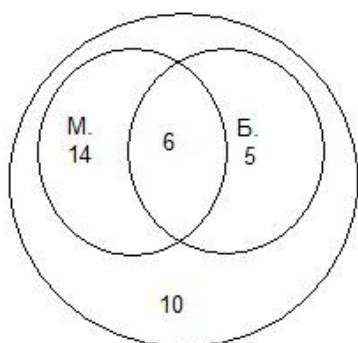
а) $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7 = 13$

б) $1\ 9\ 8\ 6\ 3\ 2 = 32$

11. Если к задуманному двузначному числу приписать слева цифру 2, то полученное трехзначное число будет в 9 раз больше первоначального. Какое число было задумано?

Ответы и решения

1. 50
2. 63
3. 15 и 150
4. $9 + 87 + 6 - 5 - 4 + 3 + 2 - 1 = 97$
5. 553451234512345
6. $(1 - 2) \cdot 3 + (4 + 5 \cdot 6 \cdot 7 + 8) \cdot 9 = 1995$
7. а) 64, ...
б) 15, ...
8. 1) $3 + 2 + 5$ пакетов куплено всего
2) $25 \cdot 3 + 75$ копеек стоят 5 пакетов, так как 25 копеек Костя должен заплатить за третью часть орехов
3) $75 : 5 = 15$ (к.) – стоит один пакет
4) $15 \cdot 3 = 45$ (к.) – заплатил Сеня
5) $45 - 25 = 20$ (к.) – Костя дает Сене
6) $25 - 20 = 5$ (к.) – даст Костя Саше
9. $35 - 10 = 25$ учеников занимаются в кружках, но их $20 + 11 = 31$ человек, значит, $31 - 25 = 6$ учеников занимаются и биологией и математикой.



10. а) $12 + 3 + 4 - 5 + 6 - 7 = 13$
б) $19 + 8 + 6 - 3 + 2 = 32$
11. 25

Занятие № 18

Задачи на «смеси и сплавы»

I. Задания по теме.

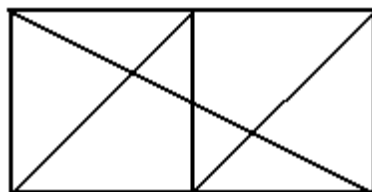
1. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова нужно прибавить к этому куску сплава, чтобы полученный сплав содержал 40% меди?
2. Имеется два сплава, состоящие из меди, цинка и олова. Известно, что первый сплав содержит 40% олова, а второй – 26% меди. Процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаково. Сплавляли 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 30% цинка. Сколько килограммов олова содержится в получившемся новом сплаве?
3. В сплаве весом 10 кг отношение меди к цинку равно 4 : 1, во втором сплаве весом 16 кг отношение меди к цинку равно 1 : 3. Сколько надо добавить чистой меди к этим сплавам, чтобы получить сплав, в котором отношение меди к цинку равно 3 : 2?

II. Повторение.

4. Папа с двумя сыновьями отправились в поход. На их пути встретилась река. У берега плот. Он выдерживает на воде только папу или двух сыновей. Как переправиться на другой берег папе с сыновьями?

III. Домашнее задание.

5. Кусок сплава меди с цинком массой 36 кг содержит 45% меди. Какую массу меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60% меди?
6. Сколько треугольников изображено на рисунке?



7. «Скажи мне, знаменитый Пифагор, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы? Вот сколько, - ответил философ, - половина изучает математику, четверть – музыку, седьмая часть пребывает в молчании и, кроме того, есть три женщины»

Ответы и решения

1. 1) $12 \cdot 0,45 = 5,4$ (кг) - чистой меди в первом сплаве

2) $5,4 : 0,4 = 13,5$ (кг) - вес нового сплава

3) $13,5 - 12 = 1,5$ (кг)

Ответ: 15 кг. олова.

2.

	медь	цинк	олово	масса
1-ый сплав		30%	40%	150 кг
2-ой сплав	26%	30%		250 кг
3-ий сплав		30%	? кг	400 кг

Так как процентное содержание цинка одинаково в первом и втором сплавах и в третьем сплаве оказалось 30%, то в первом и втором сплавах процентное содержание цинка 30%.

1) $250 \cdot 0,3 = 75$ (кг) цинка во втором сплаве

2) $250 \cdot 0,26 = 65$ (кг) меди во втором сплаве

3) $250 - (75 + 65) = 110$ (кг) олова во втором сплаве

4) $150 \cdot 0,4 = 60$ (кг) олова в первом сплаве

5) $110 + 60 = 170$ (кг) олова в третьем сплаве

Ответ: 170 кг.

3. Пусть добавил x кг. чистой меди

	медь	цинк	масса
1-ый сплав	4 части	1 часть	10 кг
2-ой сплав	1 часть	3 части	16 кг
3-ий сплав	3 части	2 части	$(10 + 16 + x)$ кг

1) $10 : 5 \cdot 4 = 8$ (кг) чистой меди в первом сплаве

2) $16 : 4 \cdot 1 = 4$ (кг) чистой меди во втором сплаве

В новом сплаве меди $(8 + 4 + x)$ кг или $(10 + 16 + x) \cdot \frac{3}{5}$ кг.

$$12 + x = (26 + x) \cdot \frac{3}{5};$$

$$x = 9.$$

Ответ: 9 кг.

4. Первыми переправляются 2 сына, затем один возвращается и переправляется папа. После этого, второй сын возвращается, забирает брата и оба переправляются к папе.

5. 1) $36 \cdot 0,45 = 16,2$ (кг) – меди в первом сплаве.

Пусть добавили x кг меди. Во втором сплаве $(16,2 + x)$ кг меди или $(36 + x) \cdot 0,6$; тогда $16,2 + x = (36 + x) \cdot 0,6$

$$x = 13,5$$

Ответ: 13,5 кг.

7. 1) $1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7}) = 1 - \frac{25}{28} = \frac{3}{28}$ (часть) – женщины;

2) $3 : \frac{3}{28} = 28$ человек – ученики Пифагора.

Ответ: 28 учеников

Занятие № 19

Математические софизмы

Удивительное утверждение, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки.

Gardner M. Mathematical Puzzles and Diversions.

I. Задания по теме.

1. Единица равна 0.

Возьмем уравнение $x - a = 0$.

Разделим обе части на $(x - a)$, получим

$$\frac{x-a}{x-a} = \frac{0}{x-a} \Rightarrow 1 = 0 \quad ?$$

2. Делёж верблюдов. Старик, имевший трёх сыновей, распорядился, чтобы они после его смерти поделили принадлежавших ему верблюдов так, чтобы старшему досталась половина верблюдов, среднему треть, младшему девятая часть всех верблюдов. Старик умер и оставил 17 верблюдов. Сыновья начали делёж, но оказалось, что число 17 не делится ни на 2, ни на 3, ни на 9. В недоумении, как им быть, братья обратились к мудрецу. Тот приехал к ним на собственном верблюде, внимательно выслушал и разделил по завещанию. Как ему это удалось?
3. Пропавший рубль. Три подружки зашли в кафе выпить по чашке кофе. Выпили; официант принес им счет на 30 рублей. Подруги заплатили по 10 рублей и вышли. Однако, хозяин кафе почему-то решил, что поданный на этот стол кофе стоит 25 рублей и велел вернуть подругам 5 рублей. Официант взял деньги, побежал догонять подруг, но пока бежал, подумал, что им будет трудно делить на троих 5 рублей, решил отдать им по 1 рублю, а 2 рубля оставить себе. Так и сделал. Что же получилось? Подруги заплатили по 9 рублей, всего $9 \times 3 = 27$ р., два рубля у официанта. А где еще один рубль?

II. Домашнее задание.

Их было десять чудаков,
Тех путников усталых,
Что в дверь решили посту-
чать
Таверны «Славный малый».

- Пусти, хозяин, ночевать,
Не будешь ты в убытке,
Нам только ночку пере-
спать,
Промокли мы до нитки.

Хозяин тем гостям был рад,
Да вот беда нехстати:
Лишь девять комнат у него
И девять лишь кроватей.

Восьми гостям я предложу
Постели честь по чести,
А двум придется ночь про-
спать
В одной кровати вместе.

Лишь он сказал, и сразу
крик,
От гнева красны лица:
Никто из всех десятерых
Не хочет потесниться.

Как охладить страстей тех
пыл,
Умерить те волнения?
Но старый плут хозяин был
И разрешил сомненья.

Двух первых путников пока,

Чтоб не судили строго,
Просил пройти он в номер
«А»
И подождать немного.

Спал третий в «Б», четвер-
тый в «В»,
В «Г» спал всю ночь наш
пятый,
В «Д», «Е», «Ж», «З» нашли
ночлег
С шестого по девятый.

Потом вернувшись снова в
«А»,
Где ждали его двое,
Он ключ от «И» вручить
был рад
Десятому герою.

Хоть много лет с тех пор
прошло,
Неясно никому,
Как смог хозяин разместить
Гостей по одному.

Иль арифметика стара,
Иль чудо перед нами,

Понять, что, как и почему,
вы постарайтесь сами.

(Из английского журнала 19
века; перевод Ю. Данилова)

Ответы и решения

1. $x - a = 0$, а делить на 0 нельзя
2. Мудрец пустился на уловку. Он прибавил к стаду на время своего верблюда, их стало 18. Тогда, по завещанию, старший брат получил $18 \cdot \frac{1}{2} = 9$ верблюдов, средний $18 \cdot \frac{1}{3} = 6$ верблюдов, младший $18 \cdot \frac{1}{9} = 2$ верблюда. Мудрец забрал своего верблюда обратно. Секрет в том, что части, на которые по завещанию должны были делить стадо сыновья, в сумме не составляют $1(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{17}{18})$
3. Читайте внимательно задачу, условие запутано. У хозяина кафе осталось 25 рублей, подругам вернули 3 рубля и у официанта осталось 2 рубля. Всего : $25 + 3 + 2 = 30$ рублей.

Занятие № 20

Олимпиада.

- 1) Какой цифрой заканчивается произведение $26 \cdot 27 \cdot 28 \cdot 29 + 51 \cdot 52 \cdot 53 \cdot 54$?
- 2) Число $13 \cdot 048$ делится на 72. Найдите это число.
- 3) Доказать, что сумма двух нечетных последовательных чисел делится на 4.
- 4) В древней рукописи приведено описание города, расположенного на 8 островах. Острова соединены между собой и с материком мостами. На материк выходят 5 мостов; на 4 островах берут начало по 4 моста; на 3 островах берут начало по 3 моста и на один остров можно пройти только по одному мосту. Может ли быть такое расположение мостов?
- 5) Отец старше сына в 4 раза, при этом суммарный их возраст составляет. Через сколько лет отец станет старше сына в 3 раза?
- 6) Учащиеся школы решили организовать инструментальный ансамбль. Михаил играет на саксофоне. Пианист учится в 9 классе. Ударника зовут не Валерием, а ученика 10 класса зовут не Леонидом. Михаил учится не в 11 классе, Андрей – не пианист и не ученик 8 класса. Валерий учится не в 9 классе, а ударник – не в 11. Леонид играет не на контрабасе. На каком инструменте играет Валерий и в каком классе он учится?
- 7) Восстановите ребус:
$$\begin{array}{r} \text{х} \quad *1* \\ \quad 3*2 \\ \hline \quad *3* \\ \quad 3*2* \\ \hline 12*5 \\ \hline 1*8*30 \end{array}$$

Ответы и решения

1) Перемножив только единицы, получим, что каждое произведение оканчивается цифрой 4, поэтому вся сумма оканчивается цифрой 8.

2) 132048. Так как число делится на 72, то оно делится на 9.

3) $(2n+1) + (2n+3) = 4n+4 = 4(n+1): 4$

4) Количество концов у всех мостов равно $5+4 \times 4+3 \times 3 = 31$, нечетное число. Так как число концов у всех мостов должно быть четным, то такого расположения мостов быть не может.

5) Пусть сыну x лет, тогда отцу $4x$ лет. Их суммарный возраст $(x+4x)$ лет, что по условию равно 50. Имеем уравнение:

$$x+4x = 50$$

$$5x + 50$$

$$x = 10$$

Значит, сыну 10 лет, отцу 40 лет.

Пусть через y лет отец станет старше сына в 3 раза, тогда

$$(10+y) \cdot 3 = 40+y$$

$$30+3y = 40+y$$

$$y = 5$$

Через 5 лет отец будет старше сына в 3 раза.

6)

Имя	Инстр	Саксофон	Ударник	Пианино	Контрабас
Михаил		+			
Валерий					+
Андрей			+		
Леонид				+	

Имя	Класс	8	9	10	11
Михаил		+			
Валерий					+
Андрей				+	
Леонид			+		

7)

$$\begin{array}{r}
 x \quad 415 \\
 \underline{\quad 382 \quad} \\
 \quad 830 \\
 \quad 3320 \\
 \underline{\quad 1245 \quad}
 \end{array}$$

158530

Занятие № 21

Математические игры

I. Задания по теме.

1. На трех карточках написаны числа 1, 2, 3. Потом карточки перевернули, перемешали, на обратных сторонах написали те же числа 1, 2, 3. Числа, написанные с обеих сторон каждой карточки, сложили и полученные суммы перемножили. Может ли при этом получиться нечетное произведение?
2. Петя и Вася играют так: каждый из них записывает на бумажке по одному натуральному числу. Потом эти числа перемножаются, и если в результате получается четное число, то выигрывает Петя, а если нечетное – то Вася. Может ли один из мальчиков играть так, чтобы выигрывать, как бы ни играл другой?
3. Двое играющих по очереди кладут кружочки одинакового размера на прямоугольный стол так, чтобы они не накладывались друг на друга. Выигрывает тот, кто положит последний кружок. Докажите, что начинающий всегда может выиграть.
4. В двух кучках по 12 камней. За один ход можно взять произвольное число камней из какой-то одной кучки. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

II. Домашнее задание.

5. Расставьте 9 стульев так, чтобы у каждой из четырех стен комнаты стояло 3 стула.
6. На столе ваза, в которой находится 11 конфет. Двое по очереди берут по одной, две или три конфеты. Проигрывает тот, кому досталась последняя конфета. Кто выиграет при правильной стратегии, если начинает первый?
7. Как записать нуль тремя пятерками?

Ответы и решения.

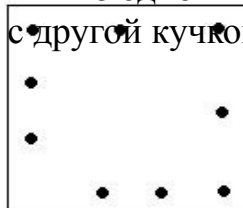
1. Чтобы получилось нечетное произведение, нужно, чтобы все суммы, которые перемножались, были нечетны. Чтобы все суммы чисел 1, 2, 3, взятые по два были нечетными, нужно, чтобы на всех карточках нечетные числа (и 1, и 3) сочетались с четным числом 2. Но это противоречит условию задачи: на второй стороне карточки (как и на первой) мы пишем число 2 только один раз. Эту задачу можно решить «перебором», записав все возможные расположения чисел 1, 2, 3 на карточках по 2.

2. Если Петя записывает четное число, то он всегда выигрывает, независимо от того, как играет Вася.

3. Чтобы начинающий всегда выигрывал, ему следует положить свой кружок в центр прямоугольника (точку пересечения диагоналей). И далее класть свои кружочки симметрично относительно центра по отношению к тем кружочкам, которые кладет второй игрок. Так как прямоугольник имеет центр симметрии, начинающий при любом ходе второго игрока будет иметь ход.

4. Тот, кто делает второй ход, используя принцип симметрии. Ведь второй игрок всегда сможет повторять ходы первого таким образом, чтобы выравнивать число камней в кучках. Поэтому, когда первый заберет все камни из одной кучки, второй игрок сделает тоже самое с другой кучкой и выиграет.

5.



6. Разобьем конфеты на кучки. • •••• •••• ••

Для выигрыша начинающему надо взять сначала 2 конфеты, а затем число, которое вместе с числом конфет, взятым соперником, дает в сумме 4.

7. $(5-5) \cdot 5$.

Занятие № 22
Комбинаторные задачи с квадратом.
Магические квадраты

I. Повторение.

1. Поросята Ниф-Ниф и Нуф-Нуф убегают от волка к домику Наф-Нафа. Волку бежать до поросят, если они стоят на месте, 4 минуты. Поросятам бежать до домика Наф-Нафа 6 минут. Волк бежит в 2 раза быстрее поросят. Успеют ли поросята добежать до домика Наф-Нафа? Ответ обоснуйте.
2. Устно. На столе стоят в ряд три пустых и три полных стакана с молоком. Взяв только один стакан, расположите все стаканы так, чтобы пустые стаканы чередовались с полными.

II. Задания по теме.

3. В каждой из 9 клеток квадрата поставьте одно из чисел 1, 2, 3 так, чтобы сумма чисел, стоящих в каждом вертикальном ряду, в каждом горизонтальном ряду, а также в любой диагонали равнялась 6. найти все расстановки.

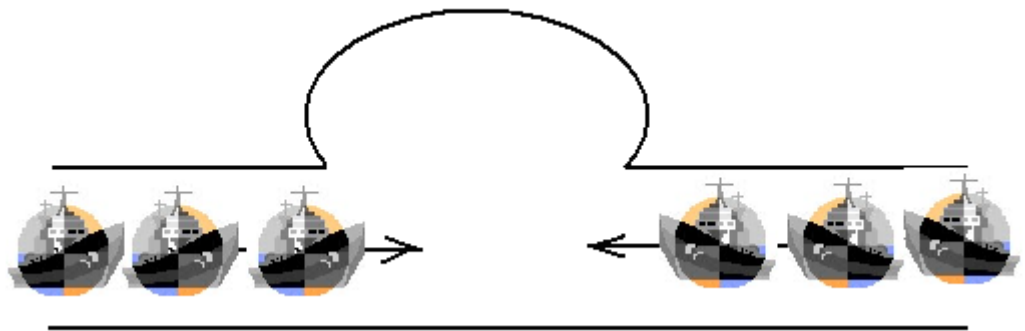
4. Золотошвея, взяв 20 девушек в учение, разместила их в 8 комнатах своего дома так, как показано на рисунке. По вечерам золотошвея обходила дом и проверяла, чтобы в комнатах на каждой стороне его было по 7 девушек. Однажды к девушкам приехали 4 подружки, и, заговорившись, остались у них ночевать, причем все 24 девушки разместились так, что вечером золотошвея насчитала в комнатах на каждой стороне дома опять по 7 девушек. На следующий день 4 девушки пошли провожать своих 4 подруг и дома не ночевали. Оставшиеся 16 девушек разместились так, что опять вечером золотошвея насчитывала в комнатах на каждой стороне дома по 7 де-

2	3	2
3		3
2	3	2

вушек. Как размещались девушки по комнатам в двух последних случаях?

III. Домашнее задание

5. В каждой клетке квадрата 3×3 расставьте числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, чтобы сумма чисел в каждой строке и в каждом столбике равнялась 15.
6. Для трех сыновей мать оставила утром тарелку слив. Первым проснулся старший сын и съел третью часть слив и ушел. Вторым проснулся средний сын, съел третью часть слив и ушел. Позднее встал младший и съел третью часть слив, лежавших на тарелке. После этого на тарелке осталось 8 слив. Сколько слив было вначале?
7. На канале три парохода идут слева направо, а три – навстречу им. Как разойтись этим пароходам, если в бухте помещается один корабль?



Ответы и решения

1. Волку надо потратить $4+6:2=7$ минут, то поросята успеют добежать до домика Наф-Нафа.

2. Взять средний полный стакан и вылить из него молоко в средний из пустых.

3.

1	2	3
2	3	1
3	1	2

Всего 12 вариантов расстановки.

4. 1 5 1 3 1 3
 5 5 1 1
 1 5 1 3 1 3

5. Один пароход из левой «тройки» проходит в бухту, два других отходят назад, и за ними отходит вся правая «тройка». Пароход выходит из бухты и проходит в правую сторону. Правая «тройка» переходит в прежнее положение. В бухту заходит второй пароход из левой тройки. Операция повторяется.

6. 27 слив, задача может быть решена с конца.

7.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Сумма всех однозначных чисел 45, решение возможно (строк три и столбиков три). Воспользуемся представлением числа 15 в виде суммы трех однозначных чисел.

Итоговое занятие №23

Викторина

I. Организационная часть

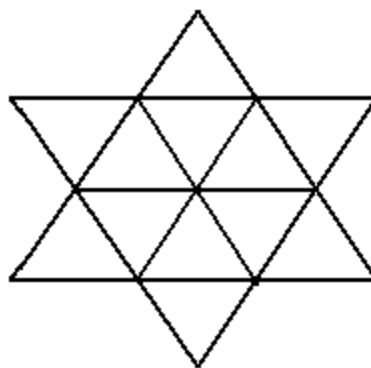
II. Решение задач.

1. К данному трехзначному числу приписали точно такое же число и полученный результат поделили на данное число. Каким будет частное?
2. Сколько граней имеет шестигранный карандаш?
3. У палки два конца. Сколько концов у 2,5 палок?
4. Две колхозницы шли в город и встретили по дороге трех своих односельчанок. Сколько всего женщин шли в город?
5. Недалеко от берега стоит корабль со спущенной в воду веревочной лестницей. У лестницы 10 ступенек, расстояние между которыми 30 см. Самая нижняя ступенька касается поверхности воды. Начинается прилив, который поднимает воду за каждый час на 15 см. Через какое время покроется водой третья ступенька?
6. Шутка. Две головы, две руки, шесть ног, а идут только четыре. Что бы это могло быть?
7. В комнате 4 угла. В каждом углу сидит кошка. Напротив каждой кошки по три кошки. На хвосту у каждой кошки по одной кошке. Сколько всего кошек в комнате?
8. Угол в 1° рассматривают в лупу, дающую 4-х кратное увеличение. Какой величины покажется угол?
9. У портного кусок материи 16 м, от которого он каждый день отрезает по 2 м. По истечении скольких дней он отрежет последний кусок?
10. На столе 6 стаканов: 3 пустых и 3 полных. Как, используя только один стакан, сделать, чтобы пустой и полный стаканы чередовались?



11. В футбольной команде 11 человек. После проведенного матча футболисты команд обменялись друг с другом фотографиями. Сколькими всего фото обменялись игроки?

12. Сколько треугольников на рисунке?



13. В математическом кружке 13 человек. Докажите, что найдутся 2 ученика, родившиеся в один месяц.

14. Название каких литературных произведений начинаются с чисел 3; 12; 20; 80000; 2?

III. Подведение итогов.

Ответы и решения

1. 1001.
2. 8 граней.
3. 6 концов.
4. Две.
5. Корабль и лестница во время прилива поднимутся вверх.
6. Всадник на лошади.
7. 4 кошки.
8. Один градус.
9. На седьмой день.
10. Из пятого стакана жидкость перелить во второй.
11. $11 \cdot 11 \cdot 2 = 121 \cdot 2 = 242$ (фото)

Список литературы

1. Кострикина Н.П. Задачи повышенной трудности в курсе математики 4-5 классов: книга для учителя, - М., 1986
2. Чулков П.В. Математика. Школьные олимпиады. 5-6 классы. Методическое пособие, М., 2007
3. Фарков А.В. Математические кружки в школе, 5-8 классы. М., 2006
4. Фарков А.В. Готовимся к олимпиадам по математике. Учебно-методическое пособие. М., 2007
5. Скодтаев К.Б. Сборник задач Северо-Осетинских школьных математических олимпиад. 1989-2006 гг. Владикавказ, 2007
6. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К., Старинные занимательные задачи. М., Наука, 1988
7. Игнатьев Е.И. В царстве смекалки. М., Наука, 1981
8. Гусев В.А, Комбаров А.П. Математическая разминка, М., Просвещение, 2005
9. Кордельский Б.А. Увлечь школьников математикой, М., Просвещение, 1981
10. Кордельский Б.А. Математическая смекалка, М., 1957
11. Гусев В.А., А.И. Орлов, А.Л. Розенталь. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах., М., 1984
12. Вершинина З., Горбатенко Т., Шагинян О. Развиваем математическое мышление. У.М.Г. Математика, №24 – 1999